

Rafael Augusto Palma

**UMA METODOLOGIA DE SUPORTE A *HARDWARE-IN-THE-LOOP*
SIMULATION PARA MODELAGEM DE UMA CALDEIRA A GÁS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à
obtenção do grau de Mestre, no Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de
Tecnologia, Universidade Federal do Paraná – UFPR.

Orientador: José Manoel Fernandes, Ph.D.

Co-orientador: Marcelo Risso Errera, Ph.D.

Curitiba
2006

“A coisa mais indispensável a um homem é reconhecer o uso que deve fazer do seu próprio conhecimento”,

Platão

Agradecimentos

Aos professores José Manoel Fernandes e Marcelo Risso Errera por seus conselhos, indicações, apontamentos e suas orientações que contribuíram para a execução deste trabalho.

A minha família, meu pai Luiz, minha mãe Maria do Carmo, minhas irmãs Daniela e Marcela, pelo apoio e incentivo a alcançar meus objetivos.

A minha namorada Ana Amélia, por sua ajuda nos momentos de dificuldade e por sempre acreditar nos meus objetivos.

A todos os amigos, amigas e colegas do mestrado que sempre prestaram o auxílio necessário.

Aos professores do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.

A Capes pela bolsa de estudos.

Sumário

	Pág.
AGRADECIMENTOS	III
SUMÁRIO.....	IV
PÁG.....	IV
LISTA DE FIGURAS.....	VI
LISTA DE TABELAS.....	VIII
LISTA DE ACRÔNIMOS.....	IX
RESUMO	X
ABSTRACT	XI
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. FERRAMENTAS UTILIZADAS	3
2.1. LINGUAGEM MODELICA	3
2.1.1. <i>Classes</i>	3
2.1.2. <i>Herança ou Hereditariedade</i>	3
2.1.3 <i>Encapsulamento</i>	5
2.1.4. <i>Polimorfismo</i>	5
2.1.5. <i>Modelagem Não-Causal</i>	5
2.2. STATECHARTS.....	7
2.2.1 <i>Representação de uma estrutura em um statechart</i>	7
2.3. DYMO LA	9
3. METODOLOGIA PROPOSTA PARA HILS	11
3.1. ORGANIZAÇÃO DAS BIBLIOTECAS DOS MODELOS	12
3.2 APLICAÇÃO EM MODELICA EM UM CIRCUITO ELÉTRICO	13
4. CALDEIRA A GÁS.....	27
4.1 INTRODUÇÃO E PRELIMINARES	27
4.2. FUNCIONAMENTO	29
4.3. MODELAGEM DA CALDEIRA A GÁS NATURAL	31
4.3.1. <i>Introdução</i>	31
4.3.2. <i>Modelo não-linear</i>	31
4.3.3. <i>Balanços globais de massa e de energia</i>	32
4.3.4. <i>Modelo linearizado considerando eij fixos</i>	37
4.3.5. <i>Modelo linear considerando uma aproximação para eij</i>	39
4.3.6 <i>Modelo linear considerando pressão constante</i>	42
4.4. LEVANTAMENTO DE DADOS E CÁLCULOS DE TODOS OS COEFICIENTES	43
4.5. RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES E BIBLIOTECAS DESENVOLVIDAS	47
4.5.1 <i>Cálculo do volume de água e vapor da caldeira</i>	47
4.5.2 <i>Cálculo do calor efetivo</i>	49
4.5.3 <i>Resultado para modelo linear considerando eij fixos</i>	50
4.5.4 <i>Resultado para modelo linear considerando uma aproximação para eij</i>	51
4.5.5 <i>Resultado considerando pressão constante</i>	57
4.5.6 <i>Simplificações adicionais</i>	58
5. CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS.....	60

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62
APÊNDICES.....	64
APÊNDICE A	65
CÁLCULO DA ÁREA	65
ANEXO 1	68
PROGRAMA PARA OS CÁLCULOS DOS VOLUMES EM FUNÇÃO DA ALTURA (H) EM MODELICA	68
ANEXO 2	69
PROGRAMA PARA O CÁLCULO DO CALOR DE COMBUSTÃO EM MODELICA	69
ANEXO 3	70
CÁLCULO DAS PROPRIEDADES TERMODINÂMICAS DA ÁGUA E DO VAPOR	70
ANEXO 4	77
PROGRAMA PARA O CÁLCULO DO VOLUME DE ÁGUA E VAPOR, TÍTULO E PRESSÃO DA CALDEIRA EM MODELICA	77
ANEXO 5	79
VALIDAÇÃO DAS SIMULAÇÕES.....	79

Lista de figuras

Figura 1. Classe B herdando características da classe A	4
Figura 2. Árvore E/OU do <i>Statechart</i>	7
Figura 3. <i>Statechart</i> herdado e refinado.....	8
Figura 4. <i>Layout</i> padrão do <i>software</i> DyMoLa.	10
Figura 5. Metodologia proposta para cada componente físico.....	12
Figura 6. Circuito elétrico RLC em série.....	14
Figura 7. Circuito elétrico conectado entre si em Modelica.	15
Figura 8. Tipo de classes.....	15
Figura 9. Classe de conexão.	16
Figura 10. Atributos de um nó.....	16
Figura 11. Classe <i>TwoPin</i>	17
Figura 12. Modelo genérico da classe <i>TwoPin</i>	17
Figura 13. Classe do resistor.....	18
Figura 14. Classe da fonte de tensão senoidal.....	19
Figura 15. Classe do capacitor elétrico.	19
Figura 16. Classe do indutor elétrico ideal.	20
Figura 17. Classe terra.....	20
Figura 18. Tensão no capacitor do tipo subamortecido em DyMoLa.....	23
Figura 19. Tensão no capacitor do tipo amortecimento crítico em DyMoLa.....	24
Figura 20. Tensão no capacitor do tipo subamortecido em EWB.....	25
Figura 21. Tensão no capacitor do tipo amortecimento crítico em EWB.....	25
Figura 22. Caldeira a vapor.....	28
Figura 23. Ciclo de Rankine.	29
Figura 24. Diagrama $T \times S$	30
Figura 25. Cilindro deitado.....	47
Figura 26. Gráfico dos volumes para $h=1,70r$	49
Figura 27. Gráfico dos volumes para $h=r$	49
Figura 28. Volume de água na caldeira quando $m_s > m_v$	52

Figura 29. Título para $\rho_s > \rho_w$	52
Figura 30. Volume de água na caldeira quando $\rho_s < \rho_w$	53
Figura 31. Título para $\rho_s < \rho_w$	53
Figura 32. Volume de água na caldeira quando $\rho_s = \rho_w$	54
Figura 33. Título para $\rho_s = \rho_w$	55
Figura 34. Pressão na caldeira quando $\rho_s = \rho_w$	56
Figura 35. Pressão na caldeira quando $\rho_s < \rho_w$	56
Figura 36. Pressão na caldeira quando $\rho_s > \rho_w$	57
Figura 37. Calor máximo (Q_{max}).	58
Figura 38. Área da região sombreada.....	65
Figura 39. Relação trigonométrica	66
Figura 40. Gráfico de h_s x p	71
Figura 41. Gráfico de h_w x p	72
Figura 42. Gráfico de r_s x p	73
Figura 43. Gráfico de r_w x p	74
Figura 44. Gráfico de t_s x p	75
Figura 45. Volume de água em LabView e DyMoLa.....	80
Figura 46. Volume de vapor em LabView e DyMoLa.	80
Figura 47. Título em LabView e DyMoLa.....	81
Figura 48. Volume de água em LabView e DyMoLa.....	83
Figura 49. Volume de vapor em LabView e DyMoLa.	83
Figura 50. Título em LabView e DyMoLa.....	84
Figura 51. Volume de água em LabView e DyMoLa.....	86
Figura 52. Volume de vapor em LabView e DyMoLa.	86
Figura 53. Título em LabView e DyMoLa.....	87

Lista de tabelas

Tabela 1. Equações de todos os componentes do circuito elétrico.	21
Tabela 2. Tabela de vapor/água na condição de saturação.	41
Tabela 3. PCI de alguns combustíveis.	45
Tabela 4. Propriedades químicas dos materiais.	45
Tabela 5. Calor específico.	46
Tabela 6. Termos dominantes das caldeiras.	59
Tabela 7. Valores para h_s	71
Tabela 8. Valores para h_w	72
Tabela 9. Valores para r_s	73
Tabela 10. Valores para r_w	74
Tabela 11. Valores para t_s	75
Tabela 12. Derivadas parciais em relação à pressão.	76
Tabela 13. Métodos de integração e passos de discretização em ambos os <i>softwares</i>	79
Tabela 14. Erro relativo do volume de água.	81
Tabela 15. Erro relativo do volume de vapor.	82
Tabela 16. Erro relativo do título.	82
Tabela 17. Erro relativo do volume de água.	84
Tabela 18. Erro relativo do volume de vapor.	85
Tabela 19. Erro relativo do título.	85
Tabela 20. Erro relativo do volume de água.	87
Tabela 21. Erro relativo do volume de vapor.	88
Tabela 22. Erro relativo ao título.	88

Lista de acrônimos

Acrônimo	Definição	Significado	Pág.
HILS	<i>Hardware-in-the-loop Simulation</i>	Simulação com o <i>hardware</i> na malha de realimentação	1
STR	<i>Real time Simulation</i>	Simulação em tempo real	1
HIL	<i>Hardware-in-the-loop</i>	<i>Hardware</i> inserido na malha de realimentação	2
DyMoLa	<i>Dynamic Modeling Laboratory</i>	Laboratório de modelagem dinâmica	2
‘V’	<i>Port OR</i>	Porta lógica OU	6
‘Λ’	<i>Port AND</i>	Porta lógica E	6
DAE	<i>Differential-algebraic equation</i>	Equação algébrica e diferencial	6
ODE	<i>Ordinary differential equations</i>	Equações ordinárias e diferenciais	6
3D	<i>Three dimensional space</i>	Espaço tri-dimensional	9
RLC	<i>Circuit: Resistor, Inductor and capacitor.</i>	Circuito resistor, indutor e capacitor	13
EWB	<i>Electronics WorkBench</i>	<i>Software</i> para simulações	24
GN	--	Gás natural	41
PCI	--	Poder calorífico inferior	42

Resumo

Esse trabalho propõe uma metodologia de modelagem de componentes físicos através de uma linguagem apropriada e de um formalismo gráfico. Essa metodologia substitui os componentes do sistema por modelos matemáticos, introduzindo-os em uma malha fechada, fazendo com que estes modelos matemáticos cumpram especificações definidas no projeto de novos sistemas de controle. *Hardware-in-the-loop* (HILS) é uma simulação onde se associam componentes reais em ambientes virtuais. A partir de um circuito elétrico serão mostradas todas as classes utilizadas, detalhando sua estrutura e seu comportamento. Através de uma caldeira (plataforma real) é feita uma modelagem a partir das leis termodinâmicas e sua simulação é feita através de técnicas e métodos numéricos de integração, DASSL e EULER, para serem usadas em simulações em tempo real. Também são estimadas todas as propriedades termodinâmicas da água e vapor na condição de saturação em função da pressão necessária para o funcionamento da caldeira. A metodologia proposta servirá para todo e qualquer tipo de sistemas.

Palavras-chaves: *Hardware-in-the-loop*, modelagem, simulação, Modelica, *Statechart*, caldeira.

Abstract

This work proposes creating a methodology of modeling the physical components using an appropriate computational language and a graphical formalism. The methodology substitutes the components of the system for mathematical models, inserting them in a closed loop, making with that these mathematical models fulfill definitive specifications in the project of new systems of control. Hardware-in-the-loop simulation is a technology that associates a simulation of real components in virtual environment. From an electric circuit it will be shown to all the used classes, detailing the structure and the it behavior. Through a boiler is made a modeling from the thermodynamic laws and its simulation is made through techniques and numerical methods of integration (DASSL and EULLER) to be used in real-time simulation. For the functioning of the boiler is necessary to esteem the thermodynamic properties of water and steam in the condition of saturation in function of the pressure. The methodology proposal will serve for all kind of system.

Keywords : *Hardware-in-the-loop, modeling, simulation, Modelica, Statechart, boiler.*

1. Introdução

Hardware-in-the-loop [1] refere-se a uma simulação onde alguns dos componentes são substituídos por equipamentos reais. É considerada a técnica mais segura e de mais baixo custo devido a não necessidade de plataformas reais para testes de componentes em ambientes virtuais. A maioria dos componentes reais é substituída por modelos matemáticos e os componentes a testar são inseridos na malha de controle realimentado.

Esse tipo de simulação é uma ferramenta utilizada atualmente para avaliação e desenvolvimento de controladores, oferecendo um risco quase nulo na experimentação de diferentes técnicas e metodologias de controle. Uns dos principais usos dessa técnica são em testes e na parametrização de controladores, sem a necessidade de plataformas reais, fazendo com que se poupe investimento e evite consequências perigosas resultantes de erros no projeto inicial, permitindo assim, a identificação e eliminação desses erros. Uma das razões para se inserir componentes numa simulação é devido à inexistência de um total conhecimento das suas características, ou por terem características complexas. Outra das razões advém do próprio processo de projeto de novos sistemas de controle que cumpram determinadas especificações, definidas pelo projetista. Pode-se, por exemplo, partir de uma STR (simulação em tempo real), com os modelos de todos os componentes do sistema, de modo a cumprir determinadas especificações; à medida que os componentes vão sendo testados, eles são fabricados e substituídos nos respectivos modelos matemáticos na simulação, de tal forma que as características dos outros componentes poderão ser reajustadas de modo a cumprir as especificações iniciais. Este processo permite, por exemplo, reduzir o número de iterações nas máquinas e na fabricação de peças para os diferentes componentes do sistema.

O uso da HILS (*Hardware-in-the-loop Simulation*) para as diferentes regiões de operação, incluindo modos com falhas, permite a seleção das estratégias adequadas de controle na plataforma real, pois facilita a repetição de testes de desempenho.

Para se obter uma melhor performance no uso dessas simulações e devido à complexidade dos sistemas físicos atuais, foi necessário aplicar uma técnica de modelagem matemática dos modelos, para que eles possam ser reaproveitados em outros sistemas.

Neste trabalho, são apresentados no capítulo 2, uma abordagem geral sobre as ferramentas utilizadas como: linguagem Modelica, o formalismo gráfico *statecharts* e o *software* dedicado DyMoLa (*Dynamic Modeling Laboratory*).

No capítulo 3 é apresentada uma proposta de metodologia para o modelamento físico de um componente através de um circuito elétrico RLC (resistor, indutor e capacitor) série e também a metodologia para a organização das bibliotecas dos modelos.

No capítulo 4 é mostrada uma aplicação da metodologia em uma plataforma real, modelagem de uma caldeira a gás natural e a análise dos resultados obtidos.

No capítulo 5, uma conclusão do trabalho é apresentada possíveis aplicações extras, juntamente com proposições de trabalhos futuros.

2. Ferramentas Utilizadas

Neste capítulo serão apresentadas as ferramentas utilizadas para as HILS, desde a linguagem de programação, até o *software* específico.

2.1. Linguagem Modelica

Modelica [3, 4] e [7, 9] é uma linguagem orientada a objeto desenvolvida para a criação de componentes físicos complexos e heterogêneos. São usadas equações gerais para modelar os fenômenos físicos. Nenhuma variável particular necessita ser resolvida manualmente, desde que a ferramenta Modelica tenha informação para fazer isso automaticamente.

Algumas características de orientação a objetos como classes, herança (hereditariedade), encapsulamento, polimorfismo [11]-[14] e uma das mais importantes, a não causalidade serão mais detalhadas a seguir.

2.1.1. Classes

Uma classe pode ser considerada como uma abstração de dados referentes a um determinado objeto, que pode ser real ou não. É definida por um conjunto de dados (campos) e por um conjunto de métodos (procedimentos), que pertencem unicamente à esta classe e que caracterizam o objeto que está a ser representado.

2.1.2. Herança ou Hereditariedade

O conceito de herança é o que mais distingue a programação orientada por objetos das outras filosofias de programação. As classes, uma vez definidas, podem ser usadas para construir hierarquias de classes. Nestas hierarquias, as classes podem herdar características de outras classes definidas acima na hierarquia. Este conceito de

hereditariedade reduz a duplicação de código, e contribui para um desenvolvimento de *software* mais eficiente.

A herança providencia uma forma de definir uma nova classe de objetos, adicionando novos dados ou métodos a classes previamente definidas. Se uma classe B é herdeira de uma classe A, todas as características (dados e métodos) desta ficam automaticamente disponíveis na classe B, sem haver necessidade de uma nova definição conforme mostra a Figura 1. A classe B pode por seu lado adicionar novas características para os seus fins específicos. O conceito de herança permite ainda que métodos da classe A possam ser redefinidos na classe B; esta redefinição corresponde à reescrita local, para a classe B, do código adequado ao método redefinido.

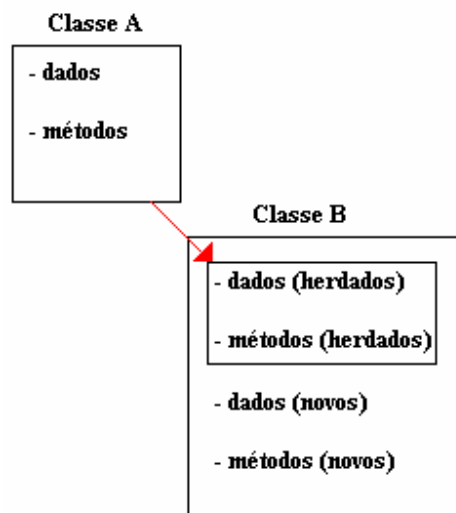


Figura 1. Classe B herdando características da classe A

Segundo MEYER [14], um dos maiores problemas no desenvolvimento de *software* reutilizável é a necessidade de ter em conta as características comuns aos grupos de dados abstratos relacionados entre si. Utilizando o mecanismo da herança podem-se construir hierarquias de classe ligadas por relações de herança. Neste contexto, a idéia é mover a definição de cada característica o mais acima possível na hierarquia de classes, para que possa ser compartilhado (sem necessidade de repetir a sua definição) pelo maior número possível de classes em níveis mais abaixo dessa hierarquia. A herança é assim uma técnica fundamental para a reutilização de *software*.

2.1.3 Encapsulamento

Os dados da classe podem ser privados, fechando, desta forma, a classe para o exterior.

Contudo o acesso a esses dados pode ser permitido através de métodos da própria classe. Esses métodos fazem parte da interface da classe com o exterior. A esta característica chama-se encapsulamento ou dados escondidos (*data hiding*), porque o acesso a esses dados é restrito a uma lista de métodos declarados e definidos explicitamente pelo programador. O estado de um objeto está contido nas suas variáveis privadas, visíveis somente pelos métodos do próprio objeto. O encapsulamento reduz a ocorrência de erros, permitindo o acesso a dados exclusivamente através de métodos pré-definidos.

2.1.4. Polimorfismo

Permite a existência de métodos com o mesmo nome tanto acima quanto abaixo em uma hierarquia de classes, com cada classe a implementar a ação (método) de uma forma apropriada para si própria. O conceito de polimorfismo, e o seu complemento principal, a ligação dinâmica (*dynamic binding*), permitem que as operações e as ações (respostas a mensagens) se adaptem automaticamente ao objeto sobre o qual é aplicado. Isto significa que o sistema, quando em execução, seleciona automaticamente a versão da operação correspondente ao objeto que recebe a mensagem, isto é, a mesma mensagem pode originar respostas diferentes ao receptor.

O polimorfismo permite, assim, consistência no envio de mensagens para objetos de classes que têm um antepassado comum.

2.1.5. Modelagem Não-Causal

A modelagem não causal é baseada em equações ao invés das tradicionais modelagens que utilizam indicações de atribuição. As equações não definem quais as variáveis são entradas ou saídas, visto que em indicações de atribuição as variáveis do lado

esquerdo são sempre as saídas (resultados) e as variáveis do lado direito são sempre as entradas. Assim, a causalidade de modelos baseados em equação não é especificada, e é reparado somente quando os sistemas da equação são resolvidos. A principal vantagem com modelagem não causal é que o sentido da solução das equações se adaptará ao contexto de fluxo de dados em que a solução é computada. O contexto de fluxo de dados é definido dizendo quais variáveis são saídas e quais são entradas externas ao sistema simulado. A não causalidade das classes das bibliotecas em Modelica faz com que sejam reusáveis, ao invés das classes tradicionais que contêm as indicações de atribuições de entradas e saídas é sempre fixa.

A maioria dos *softwares* de simulação no mercado supõe que os sistemas têm que ser rachados em estruturas de diagramas de blocos. Conseqüentemente, estes modelos são expressos como uma interconexão dos sub-modelos na forma explícita estado-espço na ODE (equação diferencial ordinária),

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = f(x, u) \\ y = f(x, u) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

onde u é a entrada, y é a saída e x é o estado. Normalmente, as equações para esses modelos precisam ser manipuladas limitando assim a modelagem em diagramas de blocos.

Em Modelica é possível escrever as equações em sua forma natural, isto é, como um sistema de equações DAE (equações diferenciais e algébricas),

$$f\left(x, \frac{dx}{dt}, y, u\right) = 0 \quad (2.2)$$

onde x é o vetor desconhecido que aparece diferenciado na equação e y é o vetor desconhecido não diferenciado e u é a entrada, sendo os vetores x e y os mesmos das ODEs.

2.2. Statecharts

2.2.1 Representação de uma estrutura em um *statechart*

A estrutura geral de um *statechart* [2, 3] pode ser representada por uma árvore onde as folhas representam os estados básicos. Os nós da árvore representam estados não básicos, 'E' ou 'OU', sendo o conceito da profundidade dado para os níveis hierárquicos diferentes.

Para a distinção dos estados correspondentes nos nós da árvore, os estados 'OU' serão representados pelo acrônimo "v", enquanto os estados 'E' representados pelo acrônimo "^". Todos os nós e folhas da árvore contêm os nomes dos estados correspondentes. A estrutura é representada na Figura 2.

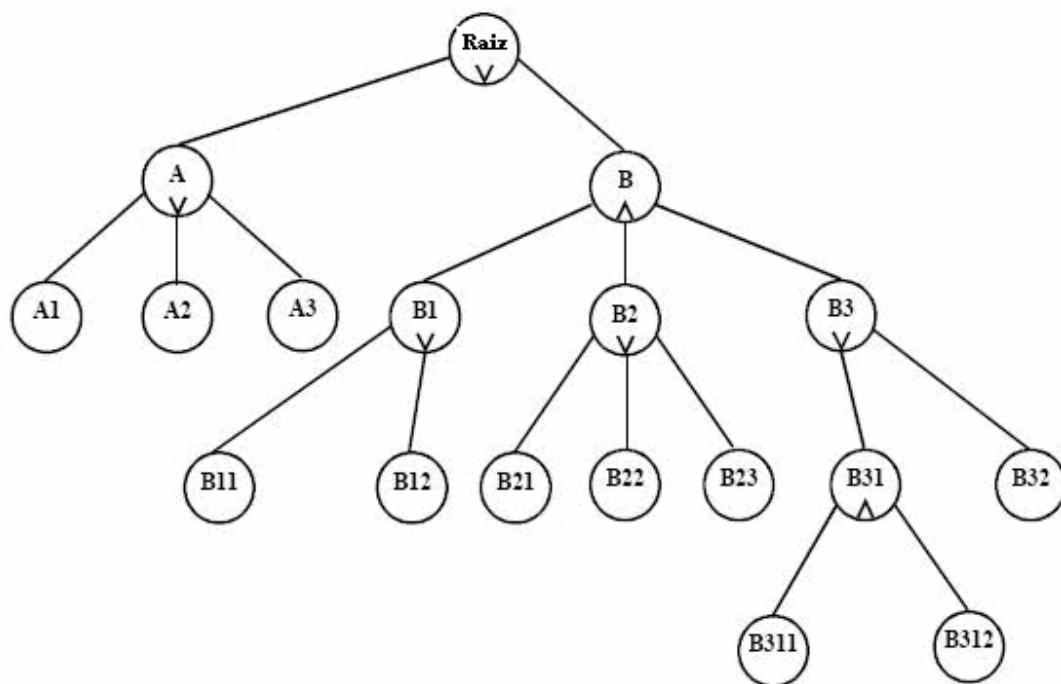


Figura 2. Árvore E/OU do *Statechart*.

Os últimos estados da árvore (A1, A2, A3, B11, B12, B21, B22, B23, B32, B311 e B312), estados de nível mais baixo, representam o comportamento final do estado

acima, sendo este definido em linguagem Modelica. Em algumas implementações é permitida que o estado de origem e o estado de destino de uma transição habitam em todo o nível da árvore. Em termos gráficos isto corresponde à possibilidade das transições cruzarem a borda dos estados. Este tipo de implementação torna um poderoso formalismo em termos da especificação dos comportamentos, dificuldades e modularidade dos *statecharts*.

O formalismo *Statecharts* pode também ser usado com uma base interessante da herança dos comportamentos, tornando-se possível à redefinição, extensão ou refinamento destes comportamentos e, assim, executar modelos de diferentes complexidades para um mesmo componente.

Este conceito é observado através do exemplo hidráulico da Figura 3, onde uma válvula pode herdar características de outra (herança), e também pode ter novas características (refinamento).

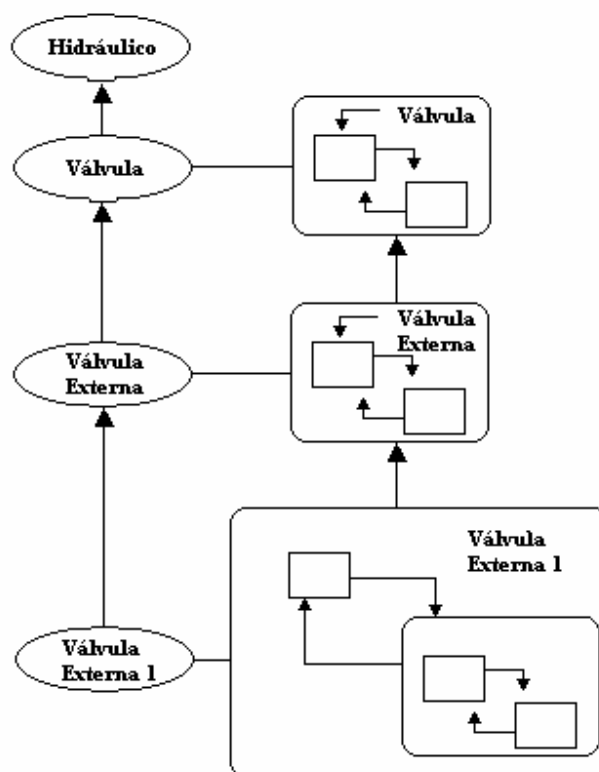


Figura 3. Statechart herdado e refinado.

Existe uma relação entre dois *statecharts*. Por exemplo, um *statechart* A e outro B na mesma topologia de estados e transições, de tal forma que B herda todos os estados e transições de A. Isso faz com que algumas alterações sejam permitidas e os estados podem ser modificados de três formas:

- decompor um estado através de decomposições ‘OU’ (em sub-estados) ou ‘E’ (em estados ortogonais);
- adicionar sub-estados a um estado ‘OU’;
- adicionar componentes ortogonais a qualquer estado.

A última forma é a mais importante já que é usada para enriquecer, em B, as capacidades de A em termos de comportamento. Também podem ser adicionadas transições ao *statechart*, bem como modificar parcialmente as transições herdadas.

2.3. DyMoLa

DyMoLa [5] é um *software* dedicado desenvolvida pela Dynasim AB que promove a rapidez nos resultados das simulações, aplicações em projetos de engenharia necessitando de uma menor necessidade de protótipos físicos.

O DyMoLa é apropriado para modelar vários tipos de sistemas físicos. Suporta uma composição de modelo hierárquico, possui bibliotecas com componentes reusáveis, conectores e conexões não casual. As bibliotecas dos modelos estão disponíveis em muitas áreas da engenharia.

Possui propriedades únicas em HILS, tais como:

- Multi-engenharia: mecânica [6], elétrica, hidráulica, químico [8], termodinâmico, controle etc;
- Linguagem Modelica: modelagem orientada a objetos;
- Flexível: modelos multi-disciplinadores e facilmente modificáveis;
- Manipulação automática das formulas;
- Animações 3D;
- Interface aberta a outros programas.

DyMoLa tem um poderoso editor gráfico para compor modelos. É baseado no uso de classes em Modelica. DyMoLa pode também importar outros arquivos de dados e de gráficos. Contém um tradutor simbólico para as equações em Modelica que geram o código C para a simulação. O código C pode ser exportado para *Simulink* e outras plataformas HILS. A Figura 4 mostra o *layout* padrão do *software*.

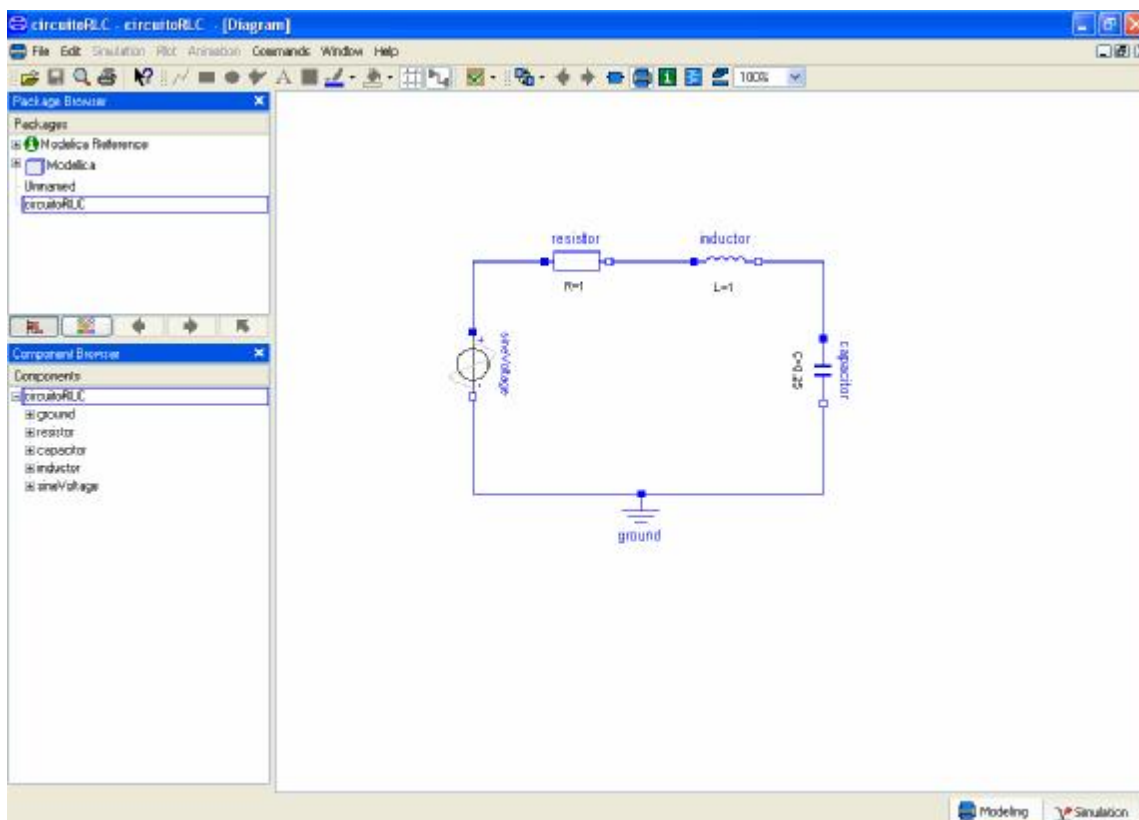


Figura 4. Layout padrão do software DyMoLa.

Esse *software* por ser uma versão básica, possui algumas restrições para o uso comercial, porém, para o uso acadêmico, essa restrição se restringe a:

- expiração em três meses;
- não inclusão da documentação; e
- modelos complexos não são simulados.

No próximo capítulo será mostrada a metodologia proposta para as HILS e para a organização das bibliotecas através de um circuito elétrico RLC série.

3. Metodologia proposta para HILS

A metodologia proposta de modelagem considera que cada modelo é composto por duas perspectivas complementares: sua estrutura e seu comportamento.

A estrutura faz referência a toda parte estática do modelo, parâmetros de entrada, terminais de ligações, componentes, etc. O uso de uma filosofia orientada a objetos assume que é a que mais se ajusta da forma da estrutura de sistemas complexos. De fato, a herança permite estruturar o modelo de uma forma hierárquica principalmente na modelagem de sistemas complexos.

Um outro importante mecanismo na estruturação em modelos de sistemas é a interconexão de modelos simples para uns sistemas mais complexos. Este mecanismo permite reproduzir a topologia dos sistemas em modelos.

Por exemplo, um circuito elétrico, com diversos tipos de componentes elétricos, pode ser visto em sua topologia reproduzida, por um modelo que tenha componentes ligados entre si. Neste caso, modelos de componentes isolados, como os resistores, capacitores, bobinas, etc, seriam usados para modelar circuitos com diversos e diferentes componentes. Para modelagem e simulação de sistemas físicos complexos, através da interconexão de modelos mais simples, se torna viável que cada modelo de um determinado elemento físico permita a conexão a outros elementos, sendo capaz de ligar os componentes dos modelos conectando-os pelos terminais.

O comportamento se refere à parte dinâmica do modelo, isto é, à evolução de seu desempenho ao longo do tempo. Este comportamento é influenciado por diversos fatores, como o próprio tempo, eventos ou alterações em seus atributos, devido os seus terminais de ligação.

A metodologia proposta utiliza o formalismo gráfico *Statecharts* embutida na linguagem Modelica. A Figura 5 mostra o processo de modelagem de um determinado componente físico, de acordo com a metodologia proposta atual; a geração do código, na linguagem Modelica, pode ser dividida em duas partes complementares: o modelo estrutural é descrito através de classes na linguagem Modelica, enquanto seu comportamento é descrito através de equações (com suas descontinuidades apropriadas), e após isso, introduzido em uma classe correspondente.

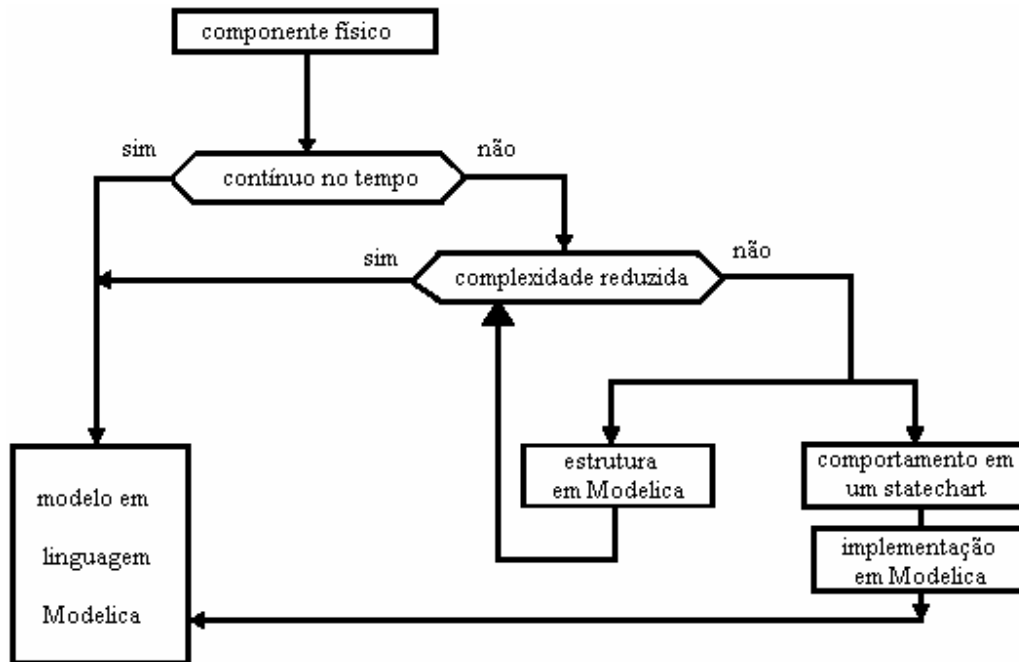


Figura 5. Metodologia proposta para cada componente físico.

Para modelos de sistemas que são contínuos no tempo, a descrição do seu comportamento através de equações algébricas e de equações diferenciais pode ser feita diretamente na linguagem Modelica, sem a necessidade de associar-se a um *statechart* ao modelo estrutural.

Para outros modelos, tem que se avaliar a complexidade de seu comportamento e decidir-se se a associação de um *statechart* para a descrição do comportamento do sistema, ou a parte do modelo, for vantajosa. Resumindo, os comportamentos contínuos são modelados com DAEs (Equações Algébricas e Diferenciais), diretamente em linguagem Modelica; os comportamentos híbridos são modelados usando os mecanismos nativos da linguagem: diretamente (comportamentos simples) ou com o formalismo do *Statecharts* (comportamentos complexos).

3.1. Organização das bibliotecas dos modelos

O objetivo principal da organização das bibliotecas dos modelos é a possibilidade de existir modelos múltiplos para o mesmo componente. Estes modelos

podem ter diferentes abordagens na modelação (modelos empíricos, semi-empíricos ou modelos baseados exclusivamente nas leis da física) e/ou também serem representados com diferentes níveis de complexidade. Desta forma conseguem-se diferentes desempenhos computacionais, permitindo a sua utilização em diferentes plataformas de *hardware* de simulação. Este conceito permite ajustar a complexidade do modelo global quando, por exemplo, se pretende simular o modelo em tempo real, no *hardware* disponível. Prevê-se então que modelos com complexidade menor possam ser simulados em tempo real em plataformas de mais baixo custo.

Esta forma de organização dos modelos implica que todos os modelos de um determinado componente sejam definidos com a mesma interface, isto é, os mesmos terminais de ligação. De fato, só mantendo a estrutura de ligação é possível uma substituição rápida e eficaz dos modelos.

Em uma linguagem orientada a objetos, esta interface pode facilmente ser herdada de um modelo abstrato que pega as características comuns para diferentes modelos.

Na seção 3.2 são apresentados detalhes da metodologia proposta através de um circuito elétrico RLC.

3.2 Aplicação em Modelica em um circuito elétrico

Nessa seção é apresentado um modelo de um circuito elétrico RLC em série. Através da metodologia proposta, o modelo descrito na Figura 6 será quebrado em componentes isolados e ligados entre si. No modelo tem-se: uma fonte de tensão alternada, um resistor, um capacitor, um indutor, fios, nós e um ponto a terra,

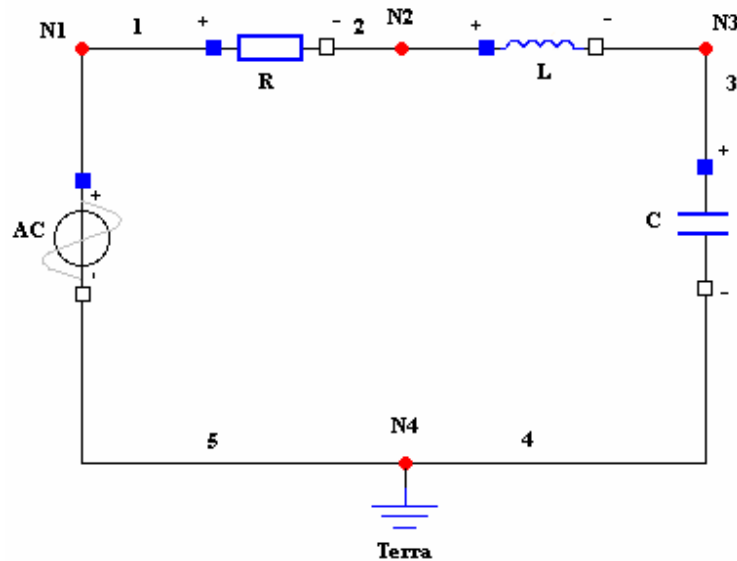


Figura 6. Circuito elétrico RLC em série.

onde R é o resistor, AC a fonte de tensão aplicada no circuito elétrico, C o capacitor, L o indutor e $Ground$ é o ponto a terra. Têm-se ainda os nós $N1$ ao $N4$ e os fios de 1 a 5. Os pólos positivos são marcados por ‘+’.

Os números dos fios e dos nós são usados como referência na Tabela 1.

A declaração, resistor R ($R = 10$), especifica que R é da classe resistor e tem seu valor inicial de resistência R , igual a 10. Sua unidade já está expressa em Ohms. O mesmo se faz com os outros componentes do circuito elétrico.

Definindo-se os pontos positivos e os fios, será montado o circuito elétrico. A descrição em Modelica do circuito completo aparece na Figura 7.

```

class circuit
  Resistor R;
  Capacitor C;
  Inductor L;
  sineVoltageAC;
  Ground G;
equation
  connect(resistorR.n, inductorL.p);
  connect(sineVoltageAC.p, resistor.p);
  connect(inductorL.n, capacitorC.p);
  connect(sineVoltageAC.n, groundG.p);
  connect(capacitorC.n, groundG.p);
end circuit;

```

Figura 7. Circuito elétrico conectado entre si em Modelica.

O modelo composto por elementos passivos especifica a topologia do sistema, isto é, os componentes e as conexões entre os componentes. As conexões especificam interações entre os componentes.

A próxima etapa é definir o modelo das classes das bibliotecas. Um conector deve conter as quantidades necessárias para descrever uma interação. Para componentes elétricos, necessita-se da tensão e da corrente das variáveis definindo a interação através de um fio. Os tipos para representá-los podem ser declarados como observado na Figura 8:

```

class Voltage = Real;
class Current = Real;

```

Figura 8. Tipo de classes.

onde *Real* é uma variável pré-definida, sendo esta possuindo vários atributos, tais como, unidades de medida, valor inicial mínimo e valor máximo. Esses atributos podem ser mudados ao declarar uma nova classe como por exemplo: `class Voltage = Real(unit="V", min=-12.0, max=12.0);`

Uma classe importante para a montagem do circuito elétrico é a chamada classe de conexão, ou seja, em modelica chamada *class connector*.

Essa classe é definida na Figura 9:

```
connector Pin
Voltage v;
flow Current i;
end Pin;
```

Figura 9. Classe de conexão.

Essa classe faz com que dois ou mais pinos se encontrem no circuito fazendo-se os nós. A indicação **connect** (Pin1, Pin2), sendo Pin1 e Pin2 da classe de conexão Pin descrita acima forma um nó. Para isso é necessário definir os atributos de um nó mostrado na Figura 10:

```
Pin1.v = Pin2.v
Pin1.i + Pin2.i = 0
```

Figura 10. Atributos de um nó.

A primeira equação diz que as tensões das extremidades conectadas do fio são as mesmas. A segunda equação corresponde à lei de *Kirchhoff* em que as correntes somam a zero em um nó.

Uma propriedade comum de muitos componentes elétricos é que eles têm dois pinos. Isto significa que é útil definir uma classe para essa relação. Essa classe é definida na Figura 11 a seguir:

```

partial class TwoPin "super classe dos elementos com os dois pinos elétricos"
    Pin p, n;
    Voltage v;
    Current i;
equation
    v = p.v - n.v;
    0 = p.i + n.i;
    i = p.i;
end TwoPin;

```

Figura 11. Classe *TwoPin*.

Temos dois pinos, p e n , uma quantidade, v , que define a queda de tensão através do componente e de uma quantidade, i , que define a corrente no pino p , através do componente e para fora do pino n como mostra a Figura 12.

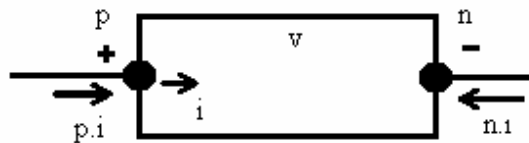


Figura 12. Modelo genérico da classe *TwoPin*.

As equações definem relações genéricas entre quantidades de um componente elétrico simples.

Modelagem não causal significa modelagem baseada em equações ao invés das indicações de atribuição. A não causalidade das classes em Modelica faz com que estas classes possam ser reusáveis. Por exemplo, a equação (3.1) da classe do resistor,

$$Ri = v; \quad (3.1)$$

pode ser usado em duas maneiras. A variável de tensão v em função da corrente i , equação (3.2), ou a variável de corrente i em função da tensão v , equação (3.3), definidas abaixo:

$$v = Ri \quad (3.2)$$

$$i = \frac{v}{R} \quad (3.3)$$

Na mesma maneira, a seguinte equação (3.4) da classe *TwoPin*

$$v = p.v - n.v \quad (3.4)$$

pode ser usada de três maneiras, através da equação (3.5):

$$\begin{aligned} v &:= p.v - n.v; \\ p.v &:= v + n.v; \\ n.v &:= p.v - v; \end{aligned} \quad (3.5)$$

Definidos o modelo do resistor, exporta-se o modelo *TwoPin* e adiciona-se uma definição dos parâmetros para a resistência e a Lei de Ohm para o comportamento como mostra a Figura 13:

```
class Resistor "Ideal electrical resistor"
  extends TwoPin;
  parameter Real R(unit="Ohm") "Resistance";
  equation
    Ri = v;
end Resistor;
```

Figura 13. Classe do resistor.

A palavra chave ***parameter*** especifica que a variável é constante durante um funcionamento da simulação, podendo mudar valores entre funcionamentos.

Há várias palavras chaves como, por exemplo, ***extends*** que significa a classe do pai. Todas as variáveis, ***equations*** e ***connects*** são herdadas da classe do pai. Em Modelica, há a herança múltipla.

Os sistemas dinâmicos são os modelos onde o comportamento evolui em função do tempo. Serão definidas todas as classes dinâmicas tais como fonte de tensão senoidal, capacitor e indutor. A classe para a fonte da tensão senoidal é definida na Figura 14:

```

class VsourceAC "Fonte de Tensão Senoidal"
extends TwoPin;
parameter Voltage VA = 12 "Amplitude";
parameter Real f(unit="Hz") = 60 "Frequência";
constant Real PI=3,141592653589793;
equation
    v = VA·sin(2·PI·f·time);
end VsourceAC;

```

Figura 14. Classe da fonte de tensão senoidal.

A partir da tensão, temos as classes para o capacitor e para o indutor. A classe para o capacitor elétrico ideal está definida na Figura 15:

```

class Capacitor "Capacitor Elétrico Ideal"
extends TwoPin;
parameter Real C(unit="F") "Capacitância";
equation
    Cder(v) = i;
end Capacitor;

```

Figura 15. Classe do capacitor elétrico.

A **der**(v) significa a derivada da tensão no tempo. Durante a simulação do sistema, as variáveis de tensão e corrente evoluem em função do tempo. A resposta das equações diferenciais computa os valores de $i(t)$ e de $v(t)$ de modo que $Cv'(t) = i(t)$ para todos os valores de t .

A classe para o indutor elétrico ideal está definida na Figura 16:

```

class Inductor "Indutor Elétrico Ideal"
extends TwoPin;
parameter Real L(unit="H") "Indutância";
equation
    Lder(i) = v;
end Inductor;

```

Figura 16. Classe do indutor elétrico ideal.

A **der**(i) significa a derivada da corrente no tempo, de modo que $Li'(t) = v(t)$ para todos os valores de t .

Finalmente, é definido o ponto a terra como um valor de referência para os níveis de tensão. A classe Terra é definida na Figura 17:

```

class Ground "Terra"
    Pin p;
equation
    p.v = 0;
end Ground;

```

Figura 17. Classe terra.

Na Tabela 1 é mostrada todas as equações geradas do circuito elétrico descrito na Figura 6.

Tabela 1. Equações de todos os componentes do circuito elétrico.

AC	$0 = AC.p.i + AC.n.i$ $AC.v - AC.p.v - AC.n.v$ $AC.i = AC.p.i$ $AC.v = AC.VA \cdot \text{sen}(2p \cdot AC \cdot f \cdot \text{time})$	Terra	$G.p.v = 0$
R	$0 = R.p.i + R.n.i$ $R.v = R.p.v - R.n.v$ $R.i = R.p.i$ $R.v = R.R \cdot R.i$	Fios	$R.p.v = AC.p.v$ // fio1 $R.n.v = L.p.v$ // fio2 $L.n.v = C.p.v$ // fio3 $C.p.v = G.p.v$ // fio4 $G.p.v = AC.n.v$ // fio5
C	$0 = C.p.i + C.n.i$ $C.v = C.p.v - C.n.v$ $C.i = C.p.i$ $C.i = C.C \cdot Cder(v)$	Nós	$0 = AC.p.i + R1.p.i$ // Nó1 $0 = R.n.i + L.p.i$ // Nó2 $0 = L.n.i + C.p.i$ // Nó3 $0 = C.n.i + G.p.i + AC.n.i$ // Nó4
L	$0 = L.p.i + L.n.i$ $L.v = L.p.v - L.n.v$ $L.i = L.p.i$ $L.v = L.L \cdot Lder(i)$		

Através do circuito RLC mostrado na Figura 6, no instante $t=0$ e condições iniciais nulas, têm-se a seguinte equação diferencial.

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i(x) dx = AC \quad (3.6)$$

Utilizando a tensão no capacitor como variável para determinar a solução do circuito e substituindo a equação (3.7) na (3.6), tem-se a seguinte equação diferencial, (3.8):

$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt} \quad (3.7)$$

$$RC \frac{dv(t)}{dt} + LC \frac{d^2v(t)}{dt^2} + v(t) = AC \quad (3.8)$$

Portanto, normalizando a equação (3.8) tem-se:

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dv(t)}{dt} + \frac{v(t)}{LC} = \frac{AC}{LC}$$

A constante de amortecimento α , a frequência natural não amortecida ω_0 e a função de entrada $f(t)$ são obtidas através da comparação da equação (3.8) pela (3.9),

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2a \frac{dx}{dt} + v_0^2 x = f(t) \quad (3.9)$$

obtendo as equações abaixo:

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.10)$$

$$a = \frac{R}{2L} \quad (3.11)$$

$$f(t) = \frac{AC}{LC} \quad (3.12)$$

De acordo com esses parâmetros, a solução do circuito poderá ser:

- Superamortecido

$$a > v_0$$

- Amortecimento crítico

$$a = v_0$$

- Sub-amortecido

$$a < v_0$$

Considerando o exemplo do circuito RLC série e assumindo os valores para as constantes do circuito: $L=1,00$ (H), $R=1,00$ (Ω), $C=0,25$ (F) com $AC=12$ (V) e condições iniciais nulas, têm a tensão no capacitor conforme mostrado na Figura 18:

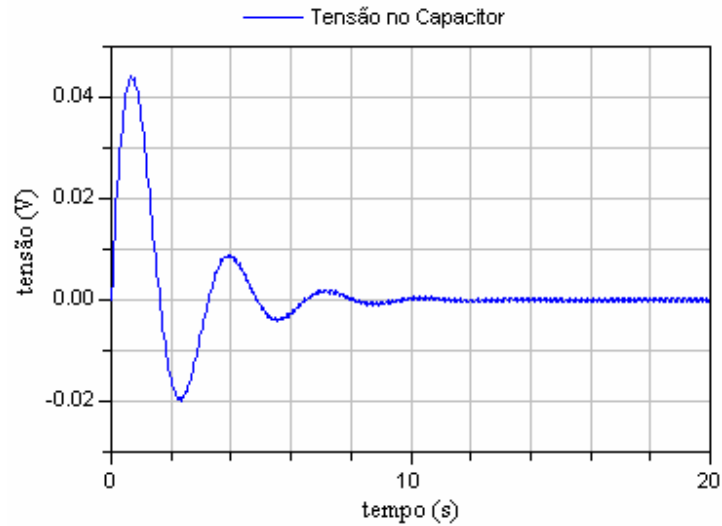


Figura 18. Tensão no capacitor do tipo subamortecido em DyMoLa.

Através dos parâmetros, foi observado que a resposta do circuito elétrico se comporta como um sistema sub-amortecido, pois $\alpha < \omega_0$.

Mudando os valores para as constantes do circuito: $L=1,00$ (H), $R=1,00$ (Ω), $C=4,00$ (F) com $AC=12$ (V) e condições iniciais nulas, têm a tensão no capacitor conforme mostrado na Figura 19:

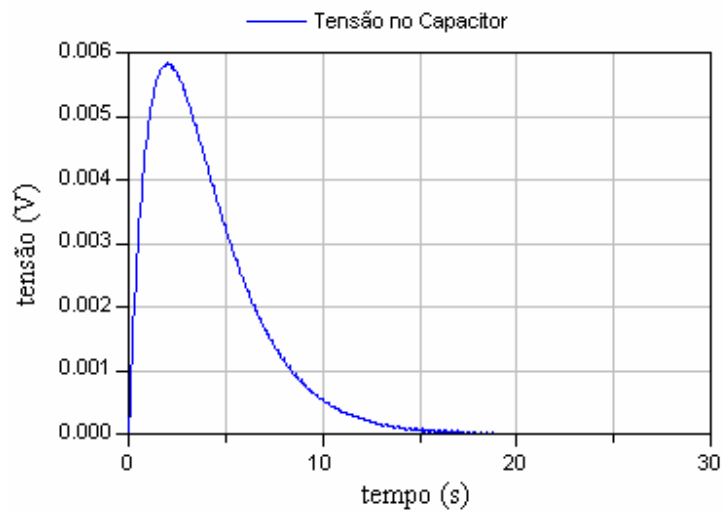


Figura 19. Tensão no capacitor do tipo amortecimento crítico em DyMoLa.

Através dos parâmetros, foi observado que a resposta do circuito elétrico se comporta como um sistema de amortecimento crítico, pois $a = v_0$.

Em uma simulação paralela, feita com o software EWB (*Electronics WorkBench*), fabricado pela *National Instruments Company*, obteve-se os resultados mostrados nas figuras 20 e 21 a seguir, considerando os casos sub-amortecido e amortecimento crítico respectivamente.

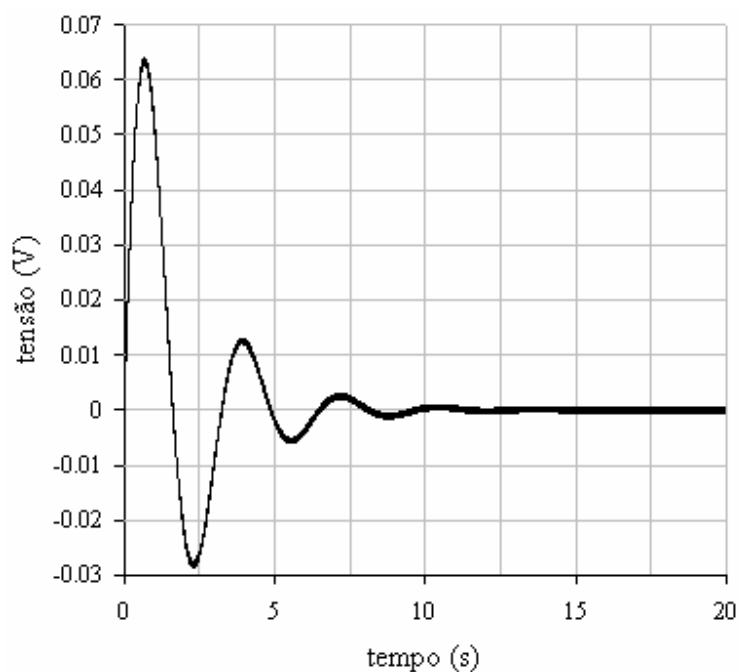


Figura 20. Tensão no capacitor do tipo subamortecido em EWB.

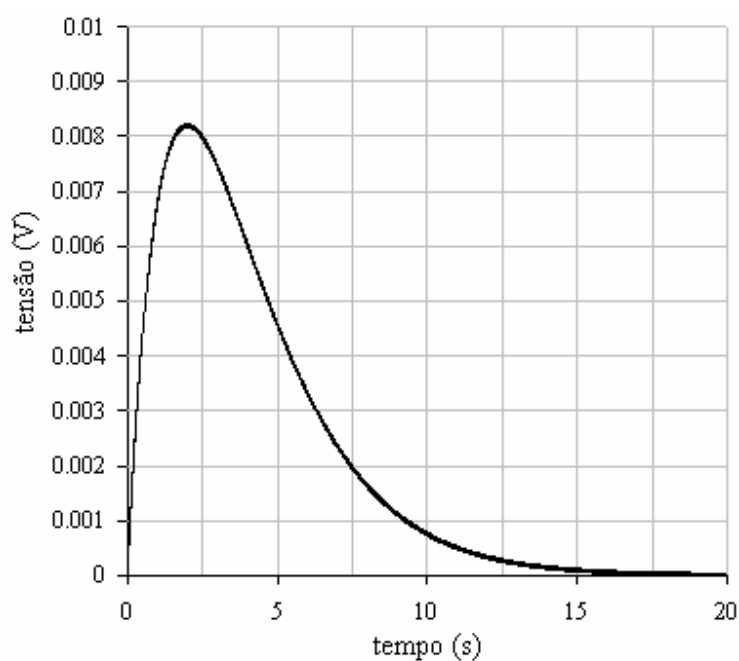


Figura 21. Tensão no capacitor do tipo amortecimento crítico em EWB.

Conforme a teoria de circuitos elétricos, a primeira simulação feita em DyMoLa obteve um valor de pico da tensão no capacitor menor em relação à segunda

simulação em ambos os casos. Isso ocorreu devido ao *software* DyMoLa trabalhar com a tensão de pico e enquanto o outro *software* trabalhou com a tensão eficaz. O tempo de estabilização em ambos os *softwares* são iguais. Uma outra comparação é devido às condições iniciais do circuito. Em DyMoLa, tem-se a opção de mudar essas condições, tornando mais real e adequado nas simulações em tempo real.

4. Caldeira a gás

4.1 Introdução e preliminares

Existem muitas aplicações de modelos matemáticos para representar o comportamento dinâmico de caldeiras, segundo CHEN e SHAMMA [15].

Os modelos são utilizados para minimizar o problema de regulação decorrente das mudanças acentuadas na geração de energia elétrica. Uma consequência disso é que as mudanças rápidas na demanda têm seu efeito aumentado. Isto leva os requisitos mais restritivos nos sistemas de controle para os processos segundo CHRISTIAAN e HAAF [16]. Algumas variáveis do processo deve se manter em uma determinada faixa para grandes mudanças nas condições operacionais. Uma maneira de conseguir isto é incorporar mais conhecimento do processo nos sistemas de controle. Entretanto a falta de bons modelos de processo não-linear é um gargalo na aplicação de controladores baseados em modelo. Para muitos processos industriais existem bons modelos estáticos usados no projeto do processo na condição de operação no estado estacionário. Usando técnicas de identificação é possível obter modelos de caixa preta de complexidade razoável que descrevem bem o sistema em condições operacionais específicas. Entretanto, nenhum dos modelos estáticos e os de caixa preta são satisfatórios para o controle baseado em modelo, uma vez que os modelos de projeto estático são complexos e não capturam a dinâmica e os modelos de caixa preta são só válidos para condições operacionais específicas. Portanto, se faz necessário para o projeto do controle, a utilização de modelos matemáticos com uma complexidade relativa e que consigam representar a dinâmica do processo em diversos pontos de operação.

A caldeira é um dos principais equipamentos na indústria química, sendo responsável pela geração de vapor para acionar turbinas, aquecer produtos, fazer purga de segurança em diversos equipamentos, auxiliar o processo de destilação de petróleo, limpar seções de convecção de fornos de aquecimento de produtos, além de outras aplicações.

Será construído um modelo matemático dinâmico com complexidade reduzida e capaz de representar o comportamento linear e não-linear da caldeira de maneira suficientemente fiel para permitir o projeto de seu sistema de controle automático de nível.

Tal malha de controle é crítica e, deste modo, requer um cuidado especial para garantir um funcionamento seguro da caldeira. O modelo proposto é baseado no modelo não linear de ÅSTRÖM e BELL [17] e poderá servir como um modelo de testes em simulações.

O sistema a ser modelado está termodinamicamente mostrado na Figura 22. A principal característica é a formação de vapor no interior do cilindro e nos tubos que leva o vapor superaquecido a turbina.

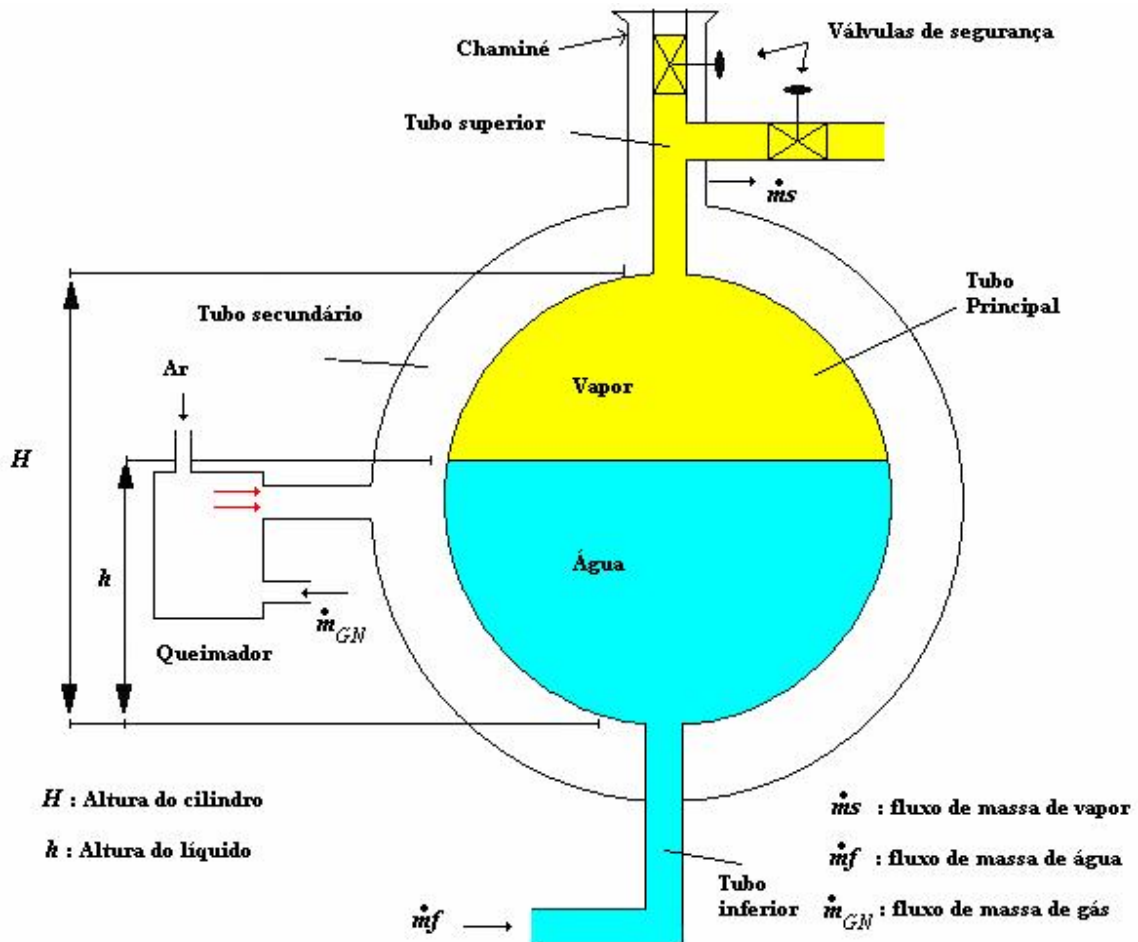


Figura 22. Caldeira a vapor.

Os principais componentes são:

- tubo principal (cilindro deitado);
- tubo secundário (cilindro que envolve o tubo principal);
- tubo inferior (por onde entra a água);
- tubo superior (por onde sai o vapor superaquecido);

- queimador (onde ocorre a queima do gás natural para aquecer a água) e
- válvulas de segurança.

As funções desses componentes são:

- tubo principal: onde fica armazenada a água e o vapor superaquecido;
- tubo secundário: onde fica armazenado o gás natural superaquecido, aquecendo o tubo principal;
- tubo inferior: conduzir a água líquida ao tubo principal;
- tubo superior: conduzir o vapor superaquecido à turbina;
- queimador: ocorre a queima do gás natural conduzindo ao tubo secundário.

4.2. Funcionamento

O processo consiste num aquecimento isobárico onde a pressão durante o processo permanece constante. Na medida em que a água vai aquecendo, o vapor superaquecido sai pelo tubo superior indo para a turbina a vapor para a geração de energia. Por sua vez, a energia gerada garante o funcionamento da bomba, que leva a água líquida, abastecendo a caldeira, fechando assim o ciclo. Esse ciclo é uma aproximação do ciclo de Rankine [18] onde o processo será descrito a seguir.

O ciclo de Rankine é mostrado na Figura 23.

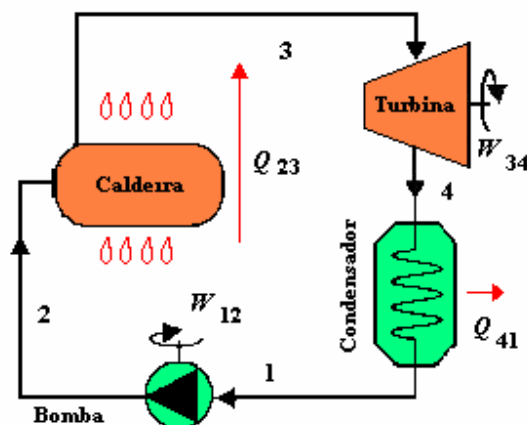


Figura 23. Ciclo de Rankine.

Esse ciclo possui algumas fases:

- a caldeira, onde o líquido é aquecido para mudar de fase;
- a turbina, onde o vapor superaquecido realiza trabalho;
- o condensador, onde o vapor superaquecido volta a fase líquida e;
- a bomba para pressurizar o líquido para a caldeira.

O diagrama da temperatura versus entropia ($T \times S$), Figura 24, representa uma aproximação para esse ciclo.

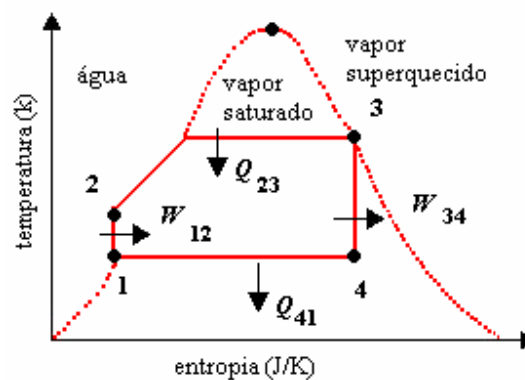


Figura 24. Diagrama $T \times S$.

Admitindo um fluxo de massa em regime permanente evoluindo segundo o ciclo têm-se as seguintes transformações:

- de 1 para 2: compressão adiabática reversível, isentrópica, ou seja, com a entropia S constante, a quantidade de calor Q_{12} é zero e o trabalho é dado por W_{12} .
- de 2 para 3: aquecimento adiabático realizado pela caldeira, onde a pressão permanece igual a p_2 constante durante a mudança de fase do líquido para o vapor superaquecido, a quantidade de calor é $Q_{23} = Q_{\text{quente}}$ e o trabalho W_{23} é zero.
- de 3 para 4: expansão adiabática reversível, isentrópica, a quantidade de calor Q_{34} é zero e o trabalho é dado por W_{34} .
- de 4 para 1: resfriamento isobárico, onde a pressão é constante e igual a p_1 , a quantidade de calor é $Q_{41} = -Q_{\text{frio}}$ e o trabalho W_{41} é zero.

Podemos estabelecer relações com entalpias nos trechos do ciclo.

Calor fornecido pela caldeira $q_{23} = h_3 - h_2$.

Calor cedido pelo condensador $q_{41} = h_1 - h_4$.

Trabalho fornecido pela turbina (considerada ideal) $w_{34} = h_3 - h_4$.

Trabalho consumido pela bomba (suposta ideal) $w_{12} = h_1 - h_2$.

A eficiência do ciclo η é dada pela equação (4.1):

$$\eta = (w_{34} + w_{12}) / q_{23} = [(h_3 - h_4) + (h_1 - h_2)] / (h_3 - h_2) \quad (4.1)$$

4.3. Modelagem da caldeira a gás natural

4.3.1. Introdução

Existem vários modelos propostos nas literaturas, conforme pode ser observado em ÅSTRÖM e BELL [17], BELL e ÅSTRÖM [19] e KWANTNY e BERG [20]. Alguns pontos que não estavam claros nos referidos artigos, como por exemplo, a utilização da tabela de vapor saturado e as aproximações quadráticas, serão detalhadas. Também será detalhado o procedimento para obtenção dos modelos e os métodos de cálculos que estão abordados em [17].

4.3.2. Modelo não-linear

Devido à complexidade do sistema de geração de vapor de uma caldeira, balanços de massa e de energia serão necessários para representar matematicamente o seu comportamento dinâmico, como detalhado em [21]. Além disso, algumas considerações e aproximações também são fundamentais para a obtenção de um modelo linear apropriado.

4.3.3. Balanços globais de massa e de energia

No esquema simplificado de uma caldeira, conforme mostrado na Figura 22, o fluxo de calor, Q_{ef} , fornecido ao tubo secundário causa a vaporização da água deixando o tubo principal com a mistura água líquida na parte de baixo e vapor superaquecido na parte de cima. Nesta figura, ainda está representado o fluxo de massa de água, \dot{m}_w , que entra no tubo inferior, o fluxo de massa de vapor superaquecido, \dot{m}_s . Geralmente, este vapor é enviado para o acionamento de turbinas. O balanço global de massa é dado por:

$$\dot{m}_w - \dot{m}_s = \frac{d}{dt}(r_s V_{st} + r_w V_{wt}), \quad (4.2)$$

onde:

\dot{m}_w : fluxo de massa de água que entra no tubo principal (kg/s),

\dot{m}_s : fluxo de massa de vapor que sai do tubo principal (kg/s),

ρ_s : massa específica do vapor (kg/m³),

ρ_w : massa específica da água (kg/m³),

V_{wt} : volume total de água no sistema (m³),

V_{st} : volume total de vapor no sistema (m³).

O balanço global de energia é dado por:

$$Q_{ef} + \dot{m}_w h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt}(r_s u_s V_{st} + r_w u_w V_{wt} + m_t c_p t_m), \quad (4.3)$$

onde:

Q_{ef} : fluxo de calor (J);

h_f : entalpia específica da água de alimentação (J/kg);

h_w : entalpia específica da água (J/kg);

h_s : entalpia específica do vapor (J/kg);

u_w : energia interna específica da água (J/kg);

u_s : energia interna específica do vapor (J/kg);

m_t : massa do metal (kg);

c_p : calor específico do metal (cal/g°C);

t_m : temperatura do metal (°C).

O volume do tubo principal é calculado pela somatória do vapor e da água líquida no sistema, isto é:

$$V_t = V_{st} + V_{wt}. \quad (4.4)$$

A energia interna específica é dada por:

$$u = h - \frac{p}{r}, \quad (4.5)$$

onde p denota a pressão ou, equivalente,

$$ru = rh - p.$$

Substituindo a equação (4.5) em (4.3), tem-se

$$\begin{aligned} Q_{ef} + \dot{m}_w h_f - \dot{m}_s h_s &= \frac{d}{dt} \left((r_s h_s - p) V_{st} + (r_w h_w - p) V_{wt} + m_t c_p t_m \right) \\ Q_{ef} + \dot{m}_w h_f - \dot{m}_s h_s &= \frac{d}{dt} \left(r_s h_s V_{st} + r_w h_w V_{wt} - p(V_{st} + V_{wt}) + m_t c_p t_m \right) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Como

$$V_{st} + V_{wt} = V_t, \quad (4.7)$$

a equação (4.6) resulta em

$$Q_{ef} + \dot{m}_w h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} \left(r_s h_s V_{st} + r_w h_w V_{wt} - p V_t + m_t c_p t_m \right). \quad (4.8)$$

Para um melhor entendimento do comportamento dinâmico do processo, é necessário representar as equações (4.2) e (4.8) como um sistema de segunda ordem. Para variáveis de estado, são adotados a pressão, p , e o volume total de água, V_{wt} .

Desenvolvendo a equação (4.2):

$$\begin{aligned}\dot{m}_w - \dot{m}_s &= \frac{d}{dt} (r_s V_{st} + r_w V_{wt}), \\ \dot{m}_w - \dot{m}_s &= r_s \frac{dV_{st}}{dt} + V_{st} \frac{dr_s}{dt} + r_w \frac{dV_{wt}}{dt} + V_{wt} \frac{dr_w}{dt}, \\ \frac{dV_{st}}{dt} &= \frac{d}{dt} (V_t - V_{wt}).\end{aligned}$$

Como V_t é constante:

$$\begin{aligned}\frac{dV_{st}}{dt} &= -\frac{dV_{wt}}{dt}, \\ \dot{m}_w - \dot{m}_s &= -r_s \frac{dV_{wt}}{dt} + V_{st} \frac{\partial r_s}{\partial p} \frac{dp}{dt} + r_w \frac{dV_{wt}}{dt} + V_{wt} \frac{\partial r_w}{\partial p} \frac{dp}{dt}, \\ (-r_s + r_w) \frac{dV_{wt}}{dt} + \left(V_{st} \frac{\partial r_s}{\partial p} + V_{wt} \frac{\partial r_w}{\partial p} \right) \frac{dp}{dt} &= \dot{m}_w - \dot{m}_s.\end{aligned}$$

Fazendo

$$\begin{cases} e_{11} = r_w - r_s, \\ e_{12} = V_{st} \frac{\partial r_s}{\partial p} + V_{wt} \frac{\partial r_w}{\partial p}, \end{cases}$$

é obtida a seguinte equação:

$$e_{11} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{12} \frac{dp}{dt} = \dot{m}_w - \dot{m}_s, \quad (4.9)$$

Para representar a equação (4.8), o balanço global de energia, na forma de equações de estado, é necessário desenvolver cada um dos termos do lado direito da referida equação, ou seja,

$$\dot{Q}_{ef} + \dot{m}_w h_f - \dot{m}_s h_s = \frac{d}{dt} (r_s h_s V_{st} + r_w h_w V_{wt} - p V_t + m_t c_p t_m).$$

1º termo:

$$\frac{d}{dt}(r_s h_s V_{st}) = r_s h_s \frac{dV_{st}}{dt} + V_{st} \frac{dr_s h_s}{dt},$$

$$\frac{d}{dt}(r_s h_s V_{st}) = V_{st} \left(\frac{dr_s}{dt} h_s + \frac{dh_s}{dt} r_s \right) + r_s h_s \frac{d}{dt}(V_t - V_{wt}),$$

$$\frac{d}{dt}(r_s h_s V_{st}) = V_{st} \left(h_s \frac{\partial r_s}{\partial p} \frac{dp}{dt} + r_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) + r_s h_s \left(\frac{dV_t}{dt} - \frac{dV_{wt}}{dt} \right)$$

Como V_t é constante, resulta que

$$\frac{dV_t}{dt} = 0$$

logo,

$$\frac{d}{dt}(r_s h_s V_{st}) = V_{st} \left(h_s \frac{\partial r_s}{\partial p} + r_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) \frac{dp}{dt} - r_s h_s \frac{dV_{wt}}{dt}. \quad (4.10)$$

2º termo:

$$\frac{d}{dt}(r_w h_w V_{wt}) = r_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt} + V_{wt} \frac{dr_w h_w}{dt},$$

$$\frac{d}{dt}(r_w h_w V_{wt}) = V_{wt} \left(\frac{dr_w}{dt} h_w + \frac{dh_w}{dt} r_w \right) + r_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt},$$

$$\frac{d}{dt}(r_w h_w V_{wt}) = V_{wt} \left(h_w \frac{\partial r_w}{\partial p} \frac{dp}{dt} + r_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \frac{dp}{dt} \right) + r_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt}.$$

Portanto:

$$\frac{d}{dt}(r_w h_w V_{wt}) = V_{wt} \left(h_w \frac{\partial r_w}{\partial p} + r_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) \frac{dp}{dt} + r_w h_w \frac{dV_{wt}}{dt}. \quad (4.11)$$

3º termo:

$$\frac{d}{dt}(pV_t) = V_t \frac{dp}{dt}. \quad (4.12)$$

4º termo:

$$\frac{d}{dt}(m_t c_p t_m) = m_t c_p \frac{\partial t_m}{\partial p} \frac{dp}{dt}. \quad (4.13)$$

A temperatura do metal, t_m , pode ser aproximada pela temperatura de saturação do vapor, t_s , pois há altas taxas de absorção de calor entre gases de combustão externa e a parede da caldeira. Portanto, fazendo a substituição na equação (4.13), tem-se:

$$\frac{d}{dt}(m_t c_p t_m) = m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \frac{dp}{dt}. \quad (4.14)$$

Substituindo as equações (4.10), (4.11), (4.12) e (4.14) na equação do balanço global de energia, resulta que:

$$\begin{aligned} & (-r_s h_s + r_w h_w) \frac{dV_{wt}}{dt} + \left[V_{st} \left(h_s \frac{\partial r_s}{\partial p} + r_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) + V_{wt} \left(h_w \frac{\partial r_w}{\partial p} + r_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) - V_t + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \right] \frac{dp}{dt} = \\ & = Q_{ef} - \dot{m}_w h_f + \dot{m}_s h_s \end{aligned} \quad (4.15)$$

Fazendo

$$\begin{cases} e_{21} = -r_s h_s + r_w h_w, \\ e_{22} = \left[V_{st} \left(h_s \frac{\partial r_s}{\partial p} + r_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) + V_{wt} \left(h_w \frac{\partial r_w}{\partial p} + r_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) - V_t + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \right] \end{cases}$$

e substituindo na equação (4.15) e incluindo a equação (4.9), é obtido o seguinte sistema de 2ª ordem,

$$\begin{cases} e_{11} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{12} \frac{dp}{dt} = r_w - r_s, \\ e_{21} \frac{dV_{wt}}{dt} + e_{22} \frac{dp}{dt} = Q_{ef} + r_w h_f - r_s h_s, \end{cases}$$

onde

$$\begin{cases} e_{11} = r_w - r_s, \\ e_{12} = V_{st} \frac{\partial r_s}{\partial p} + V_{wt} \frac{\partial r_w}{\partial p}, \\ e_{21} = -r_s h_s + r_w h_w, \\ e_{22} = \left[V_{st} \left(h_s \frac{\partial r_s}{\partial p} + r_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) + V_{wt} \left(h_w \frac{\partial r_w}{\partial p} + r_w \frac{\partial h_w}{\partial p} \right) - V_t + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \right]. \end{cases}$$

Substituindo $V_{st} = V_t - V_{wt}$, tem-se:

$$\begin{cases} e_{11} = r_w - r_s, \\ e_{12} = V_t \frac{\partial r_s}{\partial p} + V_{wt} \left(\frac{\partial r_w}{\partial p} - \frac{\partial r_s}{\partial p} \right) \\ e_{21} = -r_s h_s + r_w h_w, \\ e_{22} = \left[V_t \left(h_s \frac{\partial r_s}{\partial p} + r_s \frac{\partial h_s}{\partial p} - 1 \right) + V_{wt} \left(h_w \frac{\partial r_w}{\partial p} + r_w \frac{\partial h_w}{\partial p} - h_s \frac{\partial r_s}{\partial p} - r_s \frac{\partial h_s}{\partial p} \right) + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} \right]. \end{cases} \quad (4.16)$$

Este modelo reproduz o comportamento da pressão e da quantidade total de água no sistema, porém não mostra como é a variação do nível dentro do tubo. Portanto neste modelo de 2ª ordem, os efeitos de expansão e de contração não são resgatados.

Portanto, o sistema resultante é do tipo

$$\begin{aligned} E(x) \dot{x} &= f(x, u), \\ y &= f(x, u). \end{aligned}$$

4.3.4. Modelo linearizado considerando e_{ij} fixos

Para obter um modelo linearizado, são calculados os coeficientes e_{ij} no ponto de operação e é utilizado o Jacobiano no lado direito das equações para encontrar os termos lineares. Fazendo E° como matriz dos coeficientes e_{ij} no ponto de operação, é obtido um sistema do tipo:

$$\begin{aligned} E(x)\dot{x} &= f(x, u), \\ y &= f(x, u), \end{aligned}$$

onde x o vetor de estados e u o vetor das entradas e y é o vetor das saídas, tal que

$$\begin{aligned} \dot{x} &= [V_{wt} \quad p]^T \\ u &= [m_w \quad m_s \quad Q_{ef}]^T \\ y &= [x \quad u]^T \\ f(x, u) &= \begin{bmatrix} m_w - m_s \\ Q_{ef} + m_w h_f - m_s h_s \end{bmatrix} \end{aligned}$$

O modelo linearizado tem a seguinte forma:

$$\begin{aligned} E^0 \dot{x} &= J_1 x + J_2 u \\ y &= J_3 x + J_4 u \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned} J_a &= (E^0)^{-1} J_1 \\ J_b &= (E^0)^{-1} J_2, \\ J_c &= J_3 \\ J_d &= J_4 \\ J_1 &= \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_0, u=u_0} \\ J_2 &= \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{x=x_0, u=u_0} \\ J_3 &= \frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \\ J_4 &= \frac{\partial f}{\partial u} \Big|_{u=u_0} \end{aligned}$$

A matriz E^0 é dada por:

$$E^0 = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix}$$

A matriz Jacobiana J_1 é dada por:

$$J_1 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_{WT}} & \frac{\partial f_1}{\partial p} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_{WT}} & \frac{\partial f_2}{\partial p} \end{bmatrix}$$

Analogamente ao cálculo da matriz J_1 , as matrizes J_2 , J_3 e J_4 são dadas por:

$$J_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial m_w} & \frac{\partial f_1}{\partial m_s} & \frac{\partial f_1}{\partial Q_{ef}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial m_w} & \frac{\partial f_2}{\partial m_s} & \frac{\partial f_2}{\partial Q_{ef}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ h_f & -h_s & 1 \end{bmatrix}$$

$$J_3 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial V_{WT}} & \frac{\partial f_1}{\partial p} \\ \frac{\partial f_2}{\partial V_{WT}} & \frac{\partial f_2}{\partial p} \end{bmatrix}$$

$$J_4 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_2}{\partial m_w} & \frac{\partial f_2}{\partial m_s} & \frac{\partial f_2}{\partial Q_{ef}} \end{bmatrix} = [0 \quad 0 \quad 1]$$

4.3.5. Modelo linear considerando uma aproximação para e_{ij}

Uma forma alternativa de se fazer a linearização é considerar que os coeficientes e_{ij} variem segundo uma aproximação. Será desenvolvida uma linearização dos coeficientes e_{ij} . Como esses coeficientes dependem das entalpias específicas (h), massas específicas (ρ), temperatura de saturação (t_s), dentre outras variáveis, foi feito uma melhor aproximação para essas curvas em função da pressão, a fim de minimizar o erro em relação à curva original. Foi usado o *software* Microsoft Excel para essa melhora nas curvas das propriedades termodinâmicas da água e vapor na condição de saturação e as equações resultantes estão descritas na equação (4.17):

$$\begin{aligned}
h_s &= 43469 \cdot \ln(p) + 2675000, \\
r_s &= -0,0014 \cdot p^2 + 0,5198 \cdot p + 0,093, \\
h_w &= 420998 \cdot p^{0,2583}, \\
r_w &= 0,3081 \cdot p^2 - 10,984 \cdot p + 964,35, \\
t_s &= 100,67 \cdot p^{0,2522}.
\end{aligned} \tag{4.17}$$

A entalpia da água de alimentação h_f é 103900 (J/kg).

Na Tabela 2 está listada as propriedades termodinâmicas da água/vapor na condição de saturação.

Tabela 2. Tabela de vapor/água na condição de saturação.

Temperatura (°C)	Pressão (bar)	Volume Específico (m³/kg)	Entalpia (kJ/kg)	Fase
99,62	1	0,001043	417,4	Líquido Saturado
99,62	1	1,694	2675	Vapor Saturado
120,20	2	0,001061	504,7	Líquido Saturado
120,20	2	0,8857	2707	Vapor Saturado
133,50	3	0,001073	561,4	Líquido Saturado
133,50	3	0,6058	2725	Vapor Saturado
143,60	4	0,001084	604,7	Líquido Saturado
143,60	4	0,4625	2739	Vapor Saturado
151,90	5	0,001093	640,2	Líquido Saturado
151,90	5	0,3749	2749	Vapor Saturado
158,90	6	0,001101	670,5	Líquido Saturado
158,90	6	0,3157	2757	Vapor Saturado
165,00	7	0,001108	697,2	Líquido Saturado
165,00	7	0,2729	2763	Vapor Saturado
170,40	8	0,001115	721,1	Líquido Saturado
170,40	8	0,2404	2769	Vapor Saturado
175,40	9	0,001121	742,8	Líquido Saturado
175,40	9	0,215	2774	Vapor Saturado
179,90	10	0,001127	762,8	Líquido Saturado
179,90	10	0,1944	2778	Vapor Saturado
184,10	11	0,001133	781,3	Líquido Saturado
184,10	11	0,1775	2782	Vapor Saturado
188,00	12	0,001139	798,6	Líquido Saturado
188,00	12	0,1633	2785	Vapor Saturado
191,60	13	0,001144	814,9	Líquido Saturado
191,60	13	0,1513	2788	Vapor Saturado
195,10	14	0,001149	830,3	Líquido Saturado
195,10	14	0,1408	2790	Vapor Saturado
198,30	15	0,001154	844,9	Líquido Saturado
198,30	15	0,1318	2792	Vapor Saturado

Tomando como base a pressão de operação $p = 14(\text{bar})$ têm-se os seguintes valores para as propriedades termodinâmicas, tal que:

$$h_s = 2789717 \left(\frac{J}{kg} \right)$$

$$r_s = 7,0958 \left(\frac{kg}{m^3} \right)$$

$$h_w = 832386 \left(\frac{J}{kg} \right)$$

$$r_w = 870,96 \left(\frac{kg}{m^3} \right)$$

$$t_s = 195,86 (^{\circ}C)$$

A partir das equações (4.17), têm-se as derivadas parciais em relação à pressão como mostra as equações (4.18).

$$\begin{aligned} \frac{\partial h_s}{\partial p} &= \frac{43469}{p}, \\ \frac{\partial r_s}{\partial p} &= -2,8 \cdot 10^{-3} p + 0,5198, \\ \frac{\partial h_w}{\partial p} &= 108743,7834 p^{-0,7417}, \\ \frac{\partial r_w}{\partial p} &= 0,6162 p - 10,984, \\ \frac{\partial t_s}{\partial p} &= 25,388974 p^{-0,7478}. \end{aligned} \tag{4.18}$$

A relação dos erros e as curvas entre as equações (4.17) e (4.18) original e aproximada encontram-se no Anexo 3.

4.3.6 Modelo linear considerando pressão constante

Para efeito de estudos apenas de variação do nível como em [22], independente da pressão, o modelo será modificado considerando a pressão constante. Portanto, é necessário eliminar o fluxo de calor Q , sendo este representado em função de outras variáveis, detalhado a seguir.

Fazendo

$$\frac{dp}{dt} = 0$$

e substituindo no sistema a seguir, resulta que:

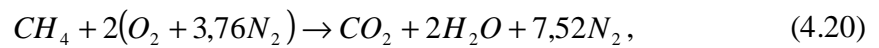
$$\begin{cases} e_{11} \frac{dV_{wt}}{dt} = \dot{m}_w - \dot{m}_s, \\ e_{21} \frac{dV_{wt}}{dt} = Q_{ef} + \dot{m}_w h_f - \dot{m}_s h_s. \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por e_{21} e a segunda por e_{11} e subtraindo uma da outra, tem-se:

$$\begin{aligned} e_{21} (\dot{m}_w - \dot{m}_s) - e_{11} (Q_{ef} + \dot{m}_w h_f - \dot{m}_s h_s) &= 0, \\ Q_{ef} &= \left(\frac{e_{21}}{e_{11}} - h_f \right) \dot{m}_w + \left(h_s - \frac{e_{21}}{e_{11}} \right) \dot{m}_s \end{aligned} \quad (4.19)$$

4.4. Levantamento de dados e cálculos de todos os coeficientes

O fluxo de calor Q_{ef} é calculado através da equação de combustão do GN (gás natural) e da equação de transferência de calor.



$$Q_{ef} = \dot{m}_{GN} PCI - \dot{m}_{PC} C_{ar} \Delta T \quad (4.21)$$

Como:

$$\dot{m}_{PC} = \dot{m}_{GN} + AC_{Kg} \dot{m}_{GN}, \quad (4.22)$$

Portanto, para o cálculo do AC molar [23], que é a relação ar-combustível, o número de mols do ar e do gás natural provém da relação estequiométrica da equação (4.20).

$$AC = \frac{n^{\circ} \text{ mols}(AR)}{n^{\circ} \text{ mols}(GN)} \quad (4.23)$$

e

$$AC_{Kg} = \frac{AC \cdot M_{AR}}{M_{GN}} \quad (4.24)$$

onde

\dot{m}_{GN} : fluxo de massa de gás natural;

M_{AR} : Massa molar do ar;

M_{GN} : Massa molar do gás natural;

PCI : poder calorífico inferior;

\dot{m}_{PC} : fluxo de massa combustão;

c_{ar} : calor específico do ar;

$\Delta T = t_s - t_{amb}$: temperatura (K);

AC e AC_{Kg} : relação ar-combustível;

t_s : temperatura de saturação (K);

t_{amb} : temperatura ambiente (K).

PCI (Poder calorífico inferior): é a quantidade de calor que pode produzir 1 kg de combustível, quando este entra em combustão com excesso de ar e gases de descarga são resfriados até o ponto de ebulição da água, evitando assim que a água contida na combustão seja condensada. A Tabela 3 indica o valor do PCI correspondente ao combustível.

Tabela 3. PCI de alguns combustíveis.

Gás	PCS (kcal/Nm ³)	PCI (kcal/Nm ³)	PCS (kcal/kg)	PCI (kcal/kg)
Hidrogênio	3050	2570	33889	28555
Metano	9530	8570	13284	11946
Etano	16700	15300	12400	11350
Eteno ou etileno	15100	14200	12020	11270
Gás natural de Campos	10060	9090	16206	14642
Gás natural de Santos	10687	9672	15955	14440
Gás natural da Bolívia	9958	8993	16494	14896
Propano	24200	22250	12030	11080
Propeno ou propileno	22400	20900	11700	10940
n-Butano	31900	29400	11830	10930
iso-Butano	31700	29200	11810	10900
Buteno-1	29900	27900	11580	10830
iso-Pentano (líquido)	-	-	11600	10730
GLP (médio)	28000	25775	11920	10997
Acetileno	13980	13490	11932	11514
Monóxido de carbono	3014	3014	2411	2411

Substituindo todos os valores da equação (4.22) a (4.24) na equação (4.21) temos a equação final do fluxo de calor Q_{ef} , equação (4.25).

$$Q_{ef} = \dot{m}_{CH_4} PCI - (\dot{m}_{CH_4} + AC_{Kg} \dot{m}_{CH_4}) c_{ar} \Delta T. \quad (4.25)$$

São obtidos através da tabela de propriedade químicas dos materiais, a massa molar (M) do ar e do CH_4 .

Tabela 4. Propriedades químicas dos materiais.

Gases	Peso Molecular
Ar	28,97
Metano	16,04

Tem-se assim:

$$M_{AR} = 28,97$$

$$M_{CH_4} = 16,04$$

Através da equação (4.20) têm-se os números de moles de cada componente:

$$AR = 2\text{mols}(O_2) + 7,52\text{mols}(N_2) = 9,52$$

$$CH_4 = 1(\text{mol})$$

Portanto tem-se:

$$AC = \frac{n^\circ \text{ mols}(AR)}{n^\circ \text{ mols}(CH_4)} = 9,52$$

$$AC_{Kg} = \frac{AC \cdot M_{AR}}{M_{CH_4}} = 17,194165 \left(\frac{Kg_{AR}}{Kg_{CH_4}} \right)$$

Na Tabela 5 tem o calor específico de algumas substâncias.

Tabela 5. Calor específico

Substância	Calor específico (cal/g°C)
água	1,0
álcool	0,6
alumínio	0,22
ar	0,24
carbono	0,12
chumbo	0,031
cobre	0,091
ferro	0,11
gelo	0,5
hélio	1,25
hidrogênio	3,4
latão	0,092
madeira	0,42
mercúrio	0,033
nitrogênio	0,25
ouro	0,032
oxigênio	0,22
prata	0,056
rochas	0,21
vidro	0,16
zinco	0,093

Pela tabela toma-se o calor específico do ar sendo $c_{ar} = 0,24$. Passando para Joules, temos $c_{ar} = 1,00464(J / gK)$.

A temperatura de saturação é aproximada pela temperatura de saturação da água, ou seja, $t_s = 195,10(^{\circ}\text{C}) = 468,25(\text{K})$. A temperatura ambiente será adotada como $t_{amb} = 20(^{\circ}\text{C}) = 293,15(\text{K})$.

Substituindo (4.24) na equação (4.22) tem-se:

$$\dot{m}_{PC} = \dot{m}_{CH_4} + AC_{Kg} \dot{m}_{CH_4} = 18,194165 \dot{m}_{CH_4} \quad (4.26)$$

Substituindo (4.26) em (4.21):

$$\begin{aligned} Q_{ef} &= \dot{m}_{CH_4} PCI - \dot{m}_{PC} c_{ar} \Delta T \\ &= [50005,95 - 18,194165 \cdot 1,00464 \cdot (468,25 - 293,15)] \dot{m}_{CH_4} \\ &= 46805,37 \dot{m}_{CH_4} (\text{J} / \text{g}). \end{aligned}$$

4.5. Resultados das simulações e bibliotecas desenvolvidas

4.5.1 Cálculo do volume de água e vapor da caldeira

O volume do líquido contido no cilindro deitado com comprimento igual a L e altura do líquido h , como mostra a Figura 25.

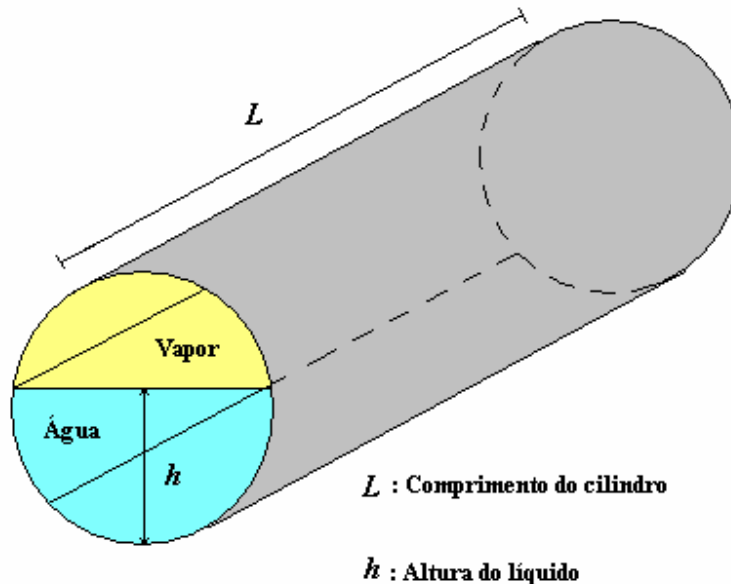


Figura 25. Cilindro deitado.

Sendo assim, o volume do líquido contido no cilindro deitado é obtido pela equação a seguir:

$$V(l) = A(h)L \quad (4.27)$$

Como na caldeira o volume total do cilindro V_t é a soma dos volumes de água e vapor, e sendo o volume total constante, temos as seguintes equações para o volume de água e vapor respectivamente:

$$\begin{aligned} V_{wt} &= A(h)L \\ V_{st} &= V_t - V_{wt} \end{aligned}$$

A partir dessas equações é criada, em Modelica, uma biblioteca chamada *massa.mo*, dos volumes de água e vapor em função da altura do nível de água h . Como as massas específicas de água e vapor são conhecidas, temos então as massas de água, massa de vapor e o título (α), que relaciona a massa de vapor com a massa total (vapor e água), também calculado na biblioteca em função da altura da caldeira.

$$M_{wt} = \frac{V_{wt}}{u_{wt}} \quad (4.28)$$

$$M_{st} = \frac{V_{st}}{u_{st}} \quad (4.29)$$

$$Título(a) = \frac{M_{st}}{M_{st} + M_{wt}} \quad (4.30)$$

O programa da biblioteca *massa.mo* encontra-se no Anexo I. Para $h=1,70r$ e $h=r$, têm-se as Figuras 26 e 27, respectivamente.

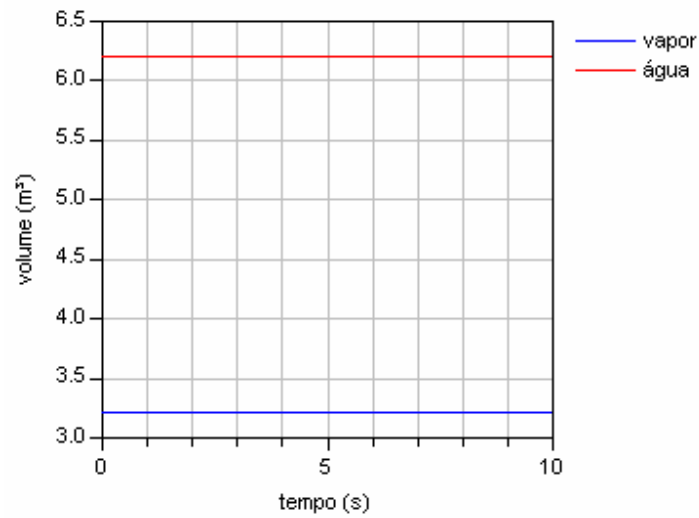


Figura 26. Gráfico dos volumes para $h=1,70r$.

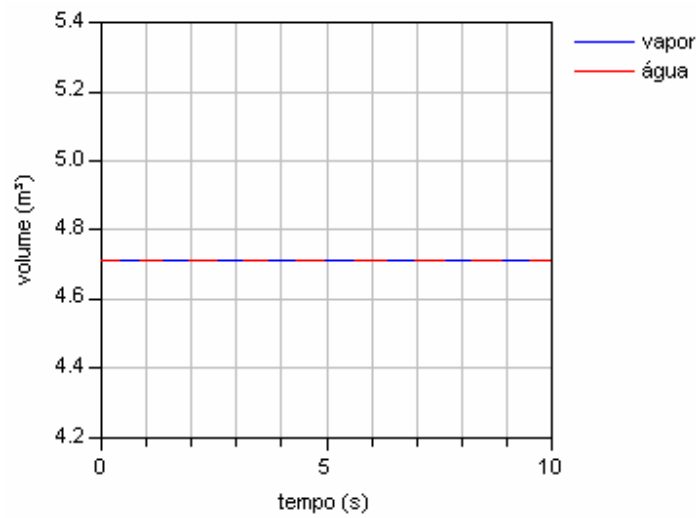


Figura 27. Gráfico dos volumes para $h=r$.

4.5.2 Cálculo do calor efetivo

A partir das equações (4.26), foi desenvolvida a biblioteca *calorcombustao.mo*, em Modelica, cujo programa encontra-se no Anexo 2.

O calor de combustão Q_{comb} é dado pela equação (4.31) e o Q_{perd} pela equação (4.32), onde a eficiência η dada é de 85%, ou seja,

$$h = \frac{\dot{Q}_{cald}}{\dot{Q}_{comb}} = 0,85$$

Como o \dot{Q}_{ef} é igual ao \dot{Q}_{comb} temos a seguinte equação para o calor efetivo e o calor perdido da caldeira.

$$\dot{Q}_{comb} = \dot{Q}_{cald} + \dot{Q}_{perd} , \quad (4.31)$$

$$\dot{Q}_{perd} = (1-h)\dot{Q}_{cald} \quad (4.32)$$

4.5.3 Resultado para modelo linear considerando eij fixos

Os dados geométricos foram obtidos dos desenhos de fabricação e informações de projeto do fabricante da caldeira, a MML Indústria e Comércio Ltda., e o modelo da caldeira é o *Power Fire* Óleo e Gás com capacidade de 600 (kgv/h) e 45 (HP) de potência. Os valores obtidos estão listados a seguir:

$$V_t = 2,80387 (m^3);$$

$$\dot{m}_s \text{ máximo} = 0,16 (kg/s);$$

$$p = 14(bar) ;$$

$$m_t = 1000(kg) ;$$

$$c_p = 448(J / kgK) ;$$

$$V_{wt} = 85\% \text{ do volume total};$$

$$\text{Eficiência } \eta = 85\%.$$

Para a condição normal de operação ($p = 14(bar)$; $\dot{m}_s = 0,16(kg / s)$), foram obtidos os seguintes resultados para o modelo linear:

$$e_{11} = 863,22$$

$$e_{12} = -5,17943$$

$$e_{21} = 7,02813 \cdot 10^8$$

$$e_{22} = 2,85076 \cdot 10^7$$

4.5.4 Resultado para modelo linear considerando uma aproximação para eij

Para a condição normal de operação ($p = 14(bar)$; $\dot{m}_s = 0,16(kg/s)$), foram obtidos os seguintes resultados para o modelo linear:

$$e_{11} = 863,86$$

$$e_{12} = -5,17943$$

$$e_{21} = 7,05181 \cdot 10^8$$

$$e_{22} = 2,851 \cdot 10^7$$

Portanto, o resultado tanto para o modelo linear com coeficientes fixos quanto para uma aproximação dos coeficientes da matriz E são praticamente iguais.

Sendo assim, serão representadas as simulações do volume de água (V_{wt}), título (a) e a pressão (p) dentro da caldeira:

1º Caso: Simulação do volume de água na caldeira (V_{wt}) e do título (a):

A condição inicial do volume de água é de $2,30(m^3)$. O calor efetivo Q foi considerado seu valor máximo a pressão constante em $p = 14(bar)$, $Q_{ef\ máx} = 429776(J/s)$.

a) Para a condição de operação ($p = 14(bar)$ e $\dot{m}_s = 0,16(kg/s)$), foi obtido o seguinte resultado para o V_{wt} do modelo linear com $\dot{m}_w = 0,0(kg/s)$. A Figura 28 representa o comportamento do volume de água na caldeira enquanto a Figura 29 representa o título.

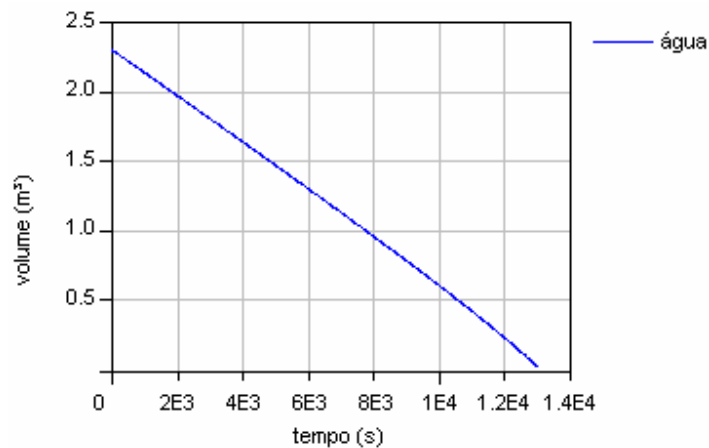


Figura 28. Volume de água na caldeira quando $\dot{m}_s > \dot{m}_w$.

O volume de água vai diminuindo à medida que o calor Q transforma água em vapor e esse sendo liberado. O tempo total para a vaporização total da água foi de aproximadamente 3h e 50 minutos.

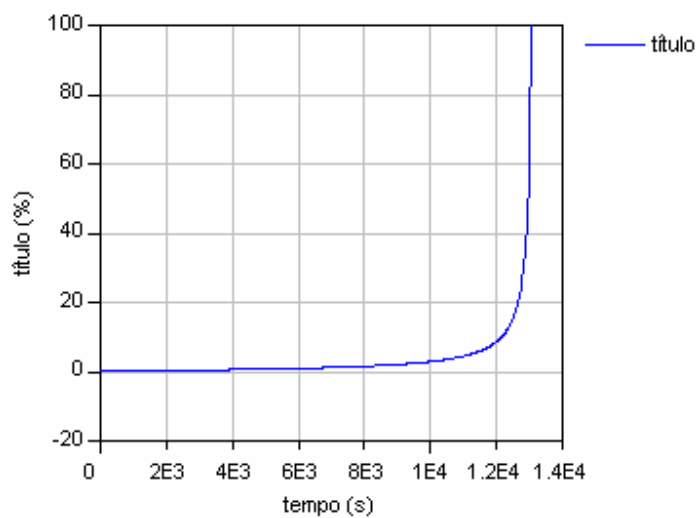


Figura 29. Título para $\dot{m}_s > \dot{m}_w$.

Com o aumento da massa de vapor e diminuição da massa de água, o título aumenta até estiver apenas vapor na caldeira, ou seja, título igual a 100%.

b) Para a condição de operação ($p=14(bar)$ e $\dot{m}_s = 0,0(kg/s)$), foi obtido o seguinte resultado para o V_{wt} do modelo linear com $\dot{m}_w = 0,16(kg/s)$. A Figura 30 representa o volume de água e a Figura 31 representa o título.

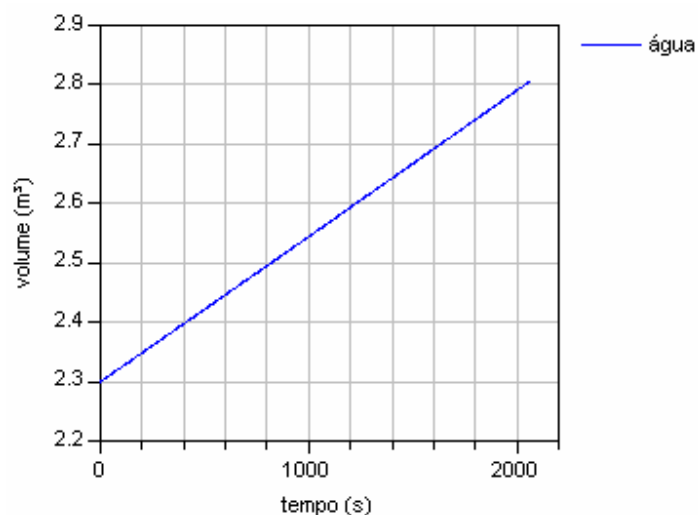


Figura 30. Volume de água na caldeira quando $\dot{m}_s < \dot{m}_w$.

O volume de água vai aumentando até inundar totalmente a caldeira. O tempo total para o volume atingir o nível total é de aproximadamente 52 minutos.

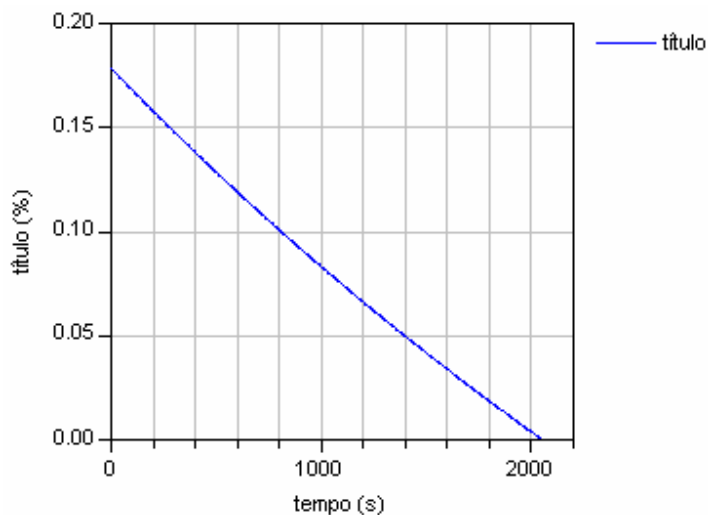


Figura 31. Título para $\dot{m}_s < \dot{m}_w$.

Com o aumento da massa de água e diminuição da massa de vapor, a massa total aumenta, diminuindo título até chegar à zero, ou seja, a caldeira estará completa de água.

c) Para a condição de operação ($p = 14(\text{bar})$ e $\dot{m}_s = 0,16(\text{kg/s})$), foi obtido o seguinte resultado para o V_{wt} do modelo linear $\dot{m}_w = 0,16(\text{kg/s})$. A Figura 32 representa o volume de água e a Figura 33 representa o título.

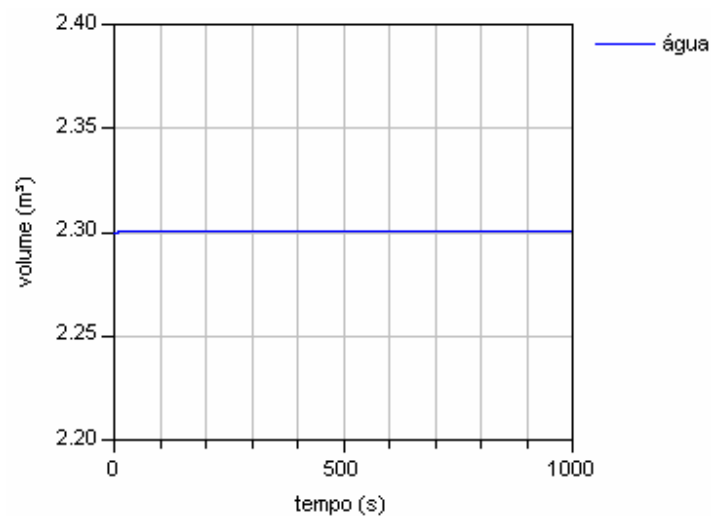


Figura 32. Volume de água na caldeira quando $\dot{m}_s = \dot{m}_w$.

O sistema permanece em equilíbrio, pois com o calor Q a pressão constante, a quantidade de fluxo de massa de água e vapor são as mesmas tornando o volume de água constante.

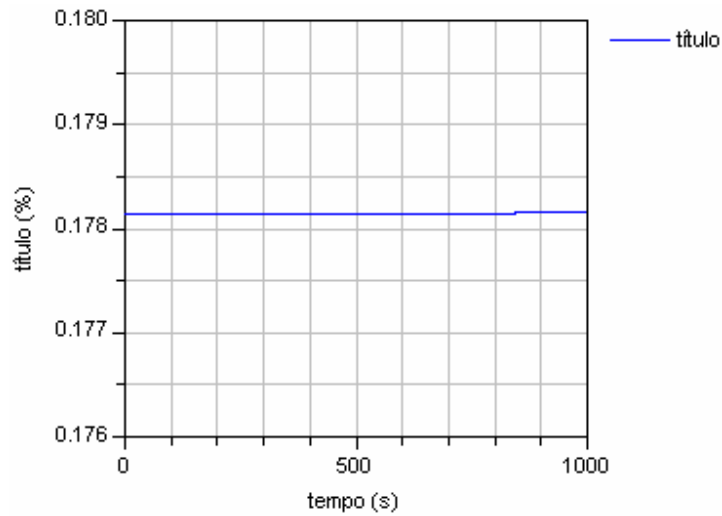


Figura 33. Título para $\dot{m}_s = \dot{m}_w$.

Como os volumes de água e vapor são constantes, e as massas de água e vapor dependente dos volumes, o título assumirá o valor da condição inicial e permanecerá constante.

2º Caso: Simulação da pressão na caldeira

a) Para a condição inicial ($p = 14(bar)$ e $\dot{m}_s = 0,16(kg/s)$), foi obtido o seguinte resultado para a pressão do modelo linear com $\dot{m}_w = 0,16(kg/s)$. A Figura 34 representa a pressão na caldeira.

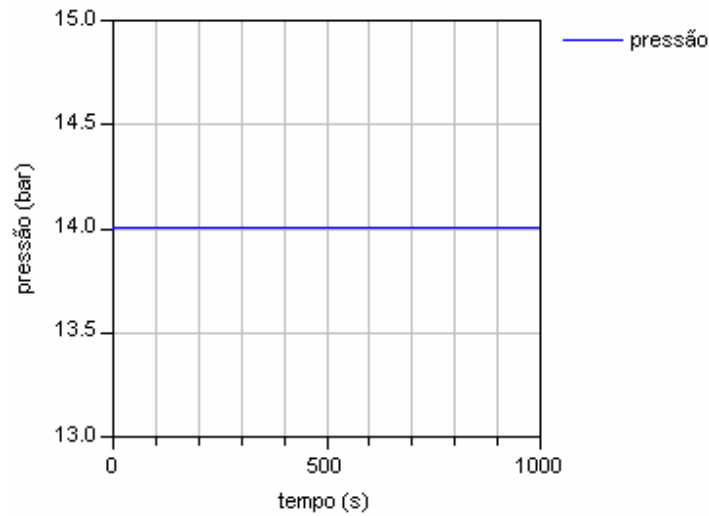


Figura 34. Pressão na caldeira quando $\dot{m}_s = \dot{m}_w$.

Como o sistema está mudando de fase, a quantidade de massa de água que entra está sendo vaporizada e a mesma quantidade de vapor está saído da caldeira, portanto, durante a transformação de água em vapor a pressão permanece constante.

b) Para a condição inicial ($p = 14(bar)$ e $\dot{m}_s = 0,0(kg/s)$), foi obtido o seguinte resultado para a pressão do modelo linear com $\dot{m}_w = 0,16(kg/s)$. A Figura 35 representa a pressão na caldeira.

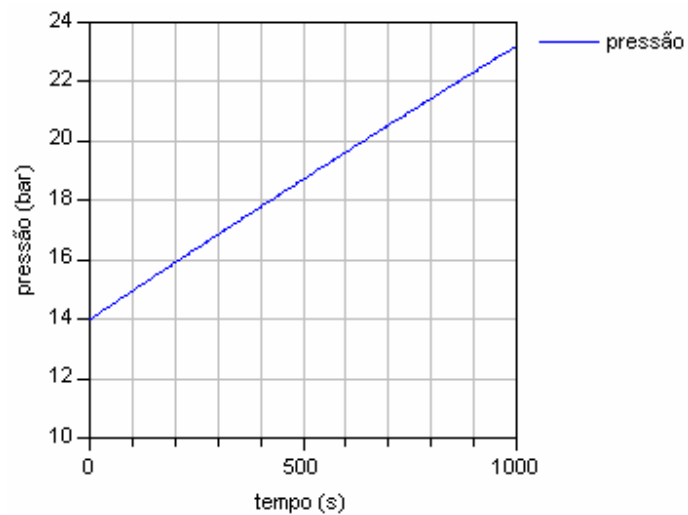


Figura 35. Pressão na caldeira quando $\dot{m}_s < \dot{m}_w$.

A pressão aumenta, pois há um acúmulo de vapor dentro da caldeira sendo necessário a válvula de segurança ser acionada.

c) Para a condição inicial ($p = 14(\text{bar})$ e $\dot{m}_s = 0,16(\text{kg/s})$), foi obtido o seguinte resultado para a pressão do modelo linear com $\dot{m}_w = 0,0(\text{kg/s})$. A Figura 36 representa a pressão na caldeira:

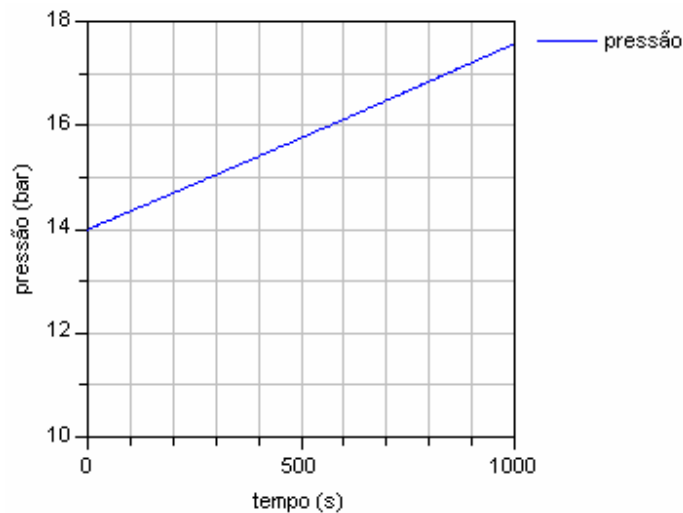


Figura 36. Pressão na caldeira quando $\dot{m}_s > \dot{m}_w$.

A descrição do programa para os cálculos acima está descrito detalhadamente no Anexo 4. Através de uma simulação paralela feita em um *software* independente, pode-se obter uma comparação com o Dymola. Essas simulações e seus respectivos erros relativos estão descritas no Anexo 5.

4.5.5 Resultado considerando pressão constante

Será considerado que a pressão dentro da caldeira é a mesma em qualquer ponto e que as densidades, entalpias e outros parâmetros da água e do vapor saturado são somente em função da pressão.

Para a condição normal de operação ($p = 14(\text{bar})$ e $\dot{m}_{s\text{máx}} = 576(\text{kg}/\text{h})$, foi obtido o seguinte resultado para o fluxo de calor efetivo Q_{ef} . Pela equação (4.16) e (4.19), tem-se:

$$Q_{ef} = \left(\frac{r_w h_f - r_s h_s - r_w h_f + r_s h_f}{r_w - r_s} \right) \dot{m}_w + \left(\frac{r_w h_s - r_s h_s + r_s h_s - r_w h_f}{r_w - r_s} \right) \dot{m}_s,$$

$$Q_{ef} = \left(\frac{r_s (h_f - h_s)}{r_w - r_s} \right) \dot{m}_w + \left(\frac{r_w (h_s - h_f)}{r_w - r_s} \right) \dot{m}_s,$$

Portanto, em regime estacionário a pressão constante, o calor máximo para manter o equilíbrio do sistema é de $Q_{ef\text{máx}} = 429776(\text{J}/\text{s})$.

A Figura 37 mostra o calor máximo em estado estacionário.

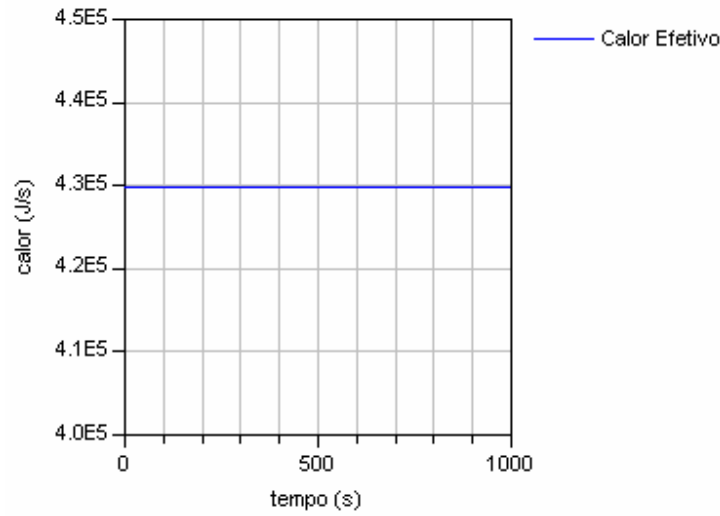


Figura 37. Calor máximo (Q_{max}).

4.5.6 Simplificações adicionais

Simplificações adicionais podem ser feitas se nós estivermos somente interessados na pressão do cilindro da caldeira conforme o artigo de ÅSTRÖM e BELL [17].

Multiplicando a equação (4.2) por h_w e subtraindo da equação (4.8) tem-se a equação (4.30):

$$h_c \frac{d}{dt}(r_s V_{st}) + r_s V_{st} \frac{dh_s}{dt} + r_w V_{wt} \frac{dh_w}{dt} - V_t \frac{dp}{dt} + m_t c_p \frac{dt_s}{dt} = Q - \dot{m}_w (h_w - h_f) - \dot{m}_s h_c \quad (4.30)$$

onde $h_c = h_s - h_w$ e a entalpia de condensação.

Se o nível do cilindro for bem controlado, as variações no volume do vapor são pequenas. Negligenciando estas variações nós obtemos o seguinte modelo aproximado.

$$e_1 \frac{dp}{dt} = Q - \dot{m}_w (h_w - h_f) - \dot{m}_s h_c \quad (4.31)$$

onde

$$e_1 = h_c V_{st} \frac{\partial r_s}{\partial p} + r_s V_{st} \frac{\partial h_s}{\partial p} + r_w V_{wt} \frac{\partial h_w}{\partial p} + m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p} - V_t \quad (4.32)$$

A Tabela 6 reproduz os termos dominantes da equação (4.32), comparando com as caldeiras do artigo apresentado em [17].

Tabela 6. Termos dominantes das caldeiras.

Caldeiras	$h_c V_{st} \frac{\partial r_s}{\partial p}$	$r_s V_{st} \frac{\partial h_s}{\partial p}$	$r_w V_{wt} \frac{\partial h_w}{\partial p}$	$m_t c_p \frac{\partial t_s}{\partial p}$	V_t
P16-G16 80 MW	360	-40	2080	1410	85
P16-G16 160 MW	420	-40	1870	1410	85
Eraring 330 MW	700	-270	2240	4620	169
Eraring 660 MW	810	-270	2020	4620	169
600 Kcal/h 45 HP	4,66	0,11	311,90	15,81	2,80

Portanto, de acordo com o artigo, a caldeira modelada também possui os mesmos valores dominantes em termos percentuais, pois as caldeiras possuem dimensões diferentes e são de tipos diferentes.

5. Conclusão e trabalhos futuros

Este trabalho propôs uma metodologia de organizar as bibliotecas de um dado modelo e o modelamento matemático de um componente físico, a fim de controlar facilmente modelos complexos para experiências em simulações *hardware-in-the-loop*. Para este, a metodologia consiste em representar um componente físico em modelos matemáticos, onde estes cumpram determinadas especificações no projeto de novos sistemas de controle e introduzidos nas simulações em malha fechada. Primeiro, através de um circuito elétrico, foram mostradas as bibliotecas e cada componente com suas respectivas estrutura e comportamento.

Em uma segunda parte, foi aplicado um modelo matemático para representar o comportamento dinâmico de uma caldeira. Os modelos são utilizados para minimizar o problema de regulação decorrente das mudanças acentuadas na geração de energia elétrica. Uma consequência disso é que as mudanças rápidas na demanda têm seu efeito aumentado devido à dinâmica do processo.

Apesar de não estarem disponíveis todos os dados das caldeiras no artigo de ÅSTRÖM e BELL [17], as propriedades termodinâmicas da água e vapor em função da pressão necessária para o funcionamento da caldeira foram estimadas e o comportamento da caldeira foi o desejado como mostram as simulações no Anexo 5. Sendo assim, a classe desenvolvida está pronta para ser usada em HILS.

O modelo apresenta uma complexidade reduzida preservando as características dinâmicas lineares e não-lineares para diferentes pontos de operação de interesse. Foi desenvolvido também, bibliotecas para um uso futuro, preservando assim, algumas das características da linguagem Modelica apresentada, como a herança e o re-uso.

O sistema desenvolvido e os resultados obtidos são interessantes, mas melhorias e extensões devem ser feitas, para uma simulação completa do processo.

Algumas sugestões para trabalhos futuros são:

- Desenvolvimento de mais bibliotecas para o sistema;
- Elaboração do controle de entrada de ar e gás natural na combustão com mais níveis;
- Desenvolver as equações para a bomba e condensador;

- Desenvolver as equações para a turbina a vapor e seu respectivo controle para o fechamento do ciclo;
- Montagem de um sistema supervisorio em Modelica através das bibliotecas produzidas.

6. Referências bibliográficas

- [1] J. FERREIRA, “Modelação de Sistemas Hidráulicos para Simulação com *Hardware-in-the-loop*”, Dissertação de Doutorado, Universidade de Aveiro - Portugal, Maio 2003.
- [2] HAREL, D. and GERY, E., “Executable Object Modeling with Statecharts”, IEEE Computer, vol. 30, pp. 31-42, July 1997.
- [3] J. FERREIRA, J. E. OLIVEIRA, “Modeling Hybrid Systems Using Statecharts and Modelica”, IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation, vol. 2, pp. 1063-1069, October 1999.
- [4] Modelica Homepage: <http://www.modelica.org>
- [5] DyMoLa package, Dynasim AB: <http://www.dynasim.se>
- [6] PONTREMOLI, A., “Modeling and Control of a Paper Dryer Section Using Modelica”, Master Thesis of Department of Automatic Control Lund Institute of Technology, November 2000.
- [7] Modelica Design Group, Modelica, “A Unified Object-Oriented Language for Physical Systems Modeling”, <http://www.modelica.org/current/modelicaspec12norev.pdf>, 1999.
- [8] G. P. ANTÔNIO ALEJANDRO “Modelling of a Gas Turbine with Modelica”, Master's thesis Department of Automatic Control - Lund Institute of Technology - Sweden, May 2001.
- [9] P. FRITZSON, V. ENGELSON, “A Unified Object-Oriented Language for System Modeling and Simulation”, *ECOOP98*, July 1998.
- [10] J. FERREIRA, “Virtualização de Autómatos Programáveis”, Dissertação de Mestrado, Universidade de Aveiro – Portugal, April 1994.
- [11] STROUSTRUP, Bjarne, “What is Object-Oriented Programming?”, IEEE *Software*, vol. 5, pp. 10-20, May 1988.
- [12] MEYER, Bertrand, “Reusability: The Case for Object - Oriented Design”, IEEE *Software*, vol. 4, pp. 50-64, March 1987.
- [13] THOMAS, Dave, “What's in an Object?”, Byte Magazine, March 1993.
- [14] MEYER, Bertrand, “Object Oriented Software Construction”, Prentice-Hall International, 1988.

- [15] CHEN, P. and SHAMMA, J., “Gain-Scheduled-Optimal Control for Boiler-Turbine Dynamics with Actuator Saturation”, *Journal of Process Control* 14, pp. 263–277, 2004.
- [16] CHRISTIAAN, M. and HAAF, E., “Model Based Predictive Control of a Drum Boiler with INCA”, *Journal of Process Control*, pp. 303-310, April 2000.
- [17] ÅSTRÖM, K. and BELL, R., “Drum-Boiler Dynamics”, *Automatica* 36, pp.363-378, March 2000.
- [18] Ciclo Rankine “[Termodinâmica III E - Ciclo Rankine](http://www.mspc.eng.br/termo/termo3E.asp)”, arquivo consultado em Julho de 2006 em www.mspc.eng.br/termo/termo3E.asp.
- [19] BELL, R. and ÅSTRÖM, K., “A Fourth Order Non-Linear Model for Drum-Boiler Dynamics”, 13th World Congress of IFAC, USA, 1996.
- [20] KWANTNY, H. G. and BERG, J., “Drum Level Regulation at All Loads”, 12th World Congress of IFAC, Sydney, Australia, vol. 3, pp. 405-408, July 1993.
- [21] PELLEGRINETTI, G. and BENTSMAN, J., “Nonlinear Control Oriented Boiler Modeling - A Benchmark Problem for Controller Design”, In *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 4, n^o. 1, pp. 57-64, January 1996.
- [22] CHANGLIANG, L., JIZHEN, L., YUGUANG, N. and WEIPING, L., “Nonlinear Boiler Model of 300MW Power Unit for System Dynamic Performance Studies”, *IEEE*, vol. 2, pp. 18-21, 2001.
- [23] BRESOLIN C. S., “Verificação Experimental do Processo de Combustão em um Aquecedor Instantâneo”, UFRGS, 2002.

Apêndices

Apêndice A

Cálculo da área

Primeiramente, será calculada a área da região sombreada no círculo, Figura 38, uma vez que para este cilindro a área da seção transversal é sempre a mesma.

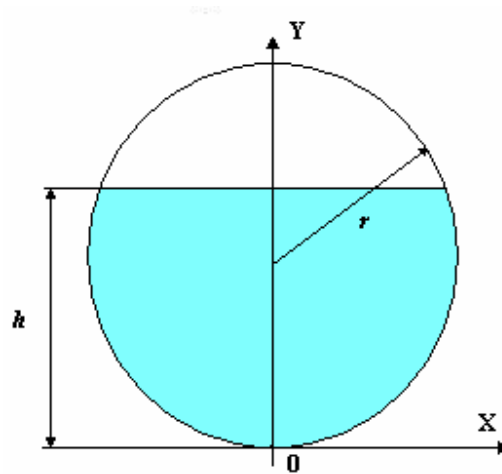


Figura 38. Área da região sombreada

Para o cálculo da área tem-se a equação da circunferência relacionada com a Figura 38.

$$x^2 + (y - r)^2 = r^2 \quad (\text{A.1.1})$$

Portanto, a área será obtida através da integral definida

$$A(h) = 2 \int_0^h x(y) dy \quad (\text{A.1.2})$$

onde a função que está sob o sinal de integração é definida por

$$x(y) = \sqrt{r^2 - (y - r)^2} \quad (\text{A.1.3})$$

Portanto, a área será obtida pela integral

$$A(h) = 2 \int_0^h \sqrt{r^2 - (y - r)^2} dy \quad (\text{A.1.4})$$

Fazendo a substituição $y = r + r \sin(u)$, obtém-se uma forma mais simples para a integral. Tal substituição provém do triângulo retângulo tendo a hipotenusa com medida

igual a r e o cateto oposto ao argumento u , com medida igual a $y-r$, como mostra a Figura 39.

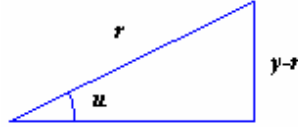


Figura 39. Relação trigonométrica

Dessa forma, fica fácil obter o *cosseno* do argumento u com a relação fundamental da Trigonometria:

$$\cos^2(u) + \sin^2(u) = 1 \quad (\text{A.1.5})$$

Com essa relação obtém-se:

$$\cos(u) = \frac{\sqrt{r^2 - (y-r)^2}}{r}$$

Como $y=r+r\sin(u)$ e $dy=r\cos(u)du$, e substituindo estas informações na integral indefinida abaixo, temos a equação (A.6):

$$Integral = \int \sqrt{r^2 - (y-r)^2} dy = r^2 \int \cos^2(u) du, \quad (\text{A.1.6})$$

ou seja, resolvendo a equação (A.6), tem-se

$$Integral = \frac{r^2}{2} [u + \sin(u)\cos(u)],$$

e voltando as variáveis originais, temos:

$$Integral = \frac{r^2}{2} \left[\arcsin\left(\frac{y-r}{r}\right) + \frac{(y-r)\sqrt{r^2 - (y-r)^2}}{r^2} \right]$$

Portanto a área em função da altura h e do raio r do cilindro, obtida em função desta última integral é:

$$A(h) = \frac{pr^2}{2} - r^2 \arcsin\left(\frac{r-h}{h}\right) + (h-r)\sqrt{r^2 - (h-r)^2} \quad (\text{A.1.7})$$

Anexo 1

Programa para os cálculos dos volumes em função da altura (h) em Modelica

Os parâmetros de entradas da biblioteca e as equações são mostrados a seguir, através das equações (4.4), (4.27) á (4.30) e (A.1.7).

model massa

```
parameter Real r=1;  
parameter Real L=3;  
parameter Real va=1.043;  
parameter Real vv=1.694;  
parameter Real pi=3.141592;  
Real h “Altura do nível de água”;  
Real A “Área”;  
Real Vt “Volume total”;  
Real Va “Volume total de água”;  
Real Vv “Volume total de vapor”;  
Real Ma “Massa de água”;  
Real Mv “Massa de vapor”;  
Real alfa “título”;
```

equation

```
h=0.85*2*r;  
A= (pi*(r*r)/2)-(r*r*asin(r-h/h))+((h-r)*sqrt(r*r-(h-r)*(h-r)));  
Vt= pi*r*r*L;  
Va= A*L;  
Vv= Vt-Va;  
Ma= Va/va;  
Mv= Vv/vv;  
alfa=Mv/Mv+Ma;
```

end massa;

Anexo 2

Programa para o cálculo do calor de combustão em Modelica

Os parâmetros de entradas da biblioteca e as equações são mostrados a seguir, através das equações (4.20) a (4.26), (4.31) e (4.32).

model calorcombustao

parameter Real ts = 468.25 "temperatura de saturação";

parameter Real tamb = 293.15 "temperatura ambiente";

parameter Real Mar = 28.97 "Massa Molar do Ar";

parameter Real Mgn = 16.04 "Massa Molar do Gás Natural";

parameter Real nar = 9.52 "Número de mols do AR";

parameter Real ngn = 1.00 "Número de mols do Gás Natural";

parameter Real PCI = 11946;

parameter Real cp = 0.24 "Calor específico do AR";

parameter Real n=0.85 "Eficiência";

Real AC;

Real deltaT;

Real ACkg;

Real mgn;

Real mpc;

Real Qef "Calor efetivo";

Real Qcal "Calor caldeira";

Real Qperd "Calor perdido";

equation

mgn=0.11;

cp1=cp*4.185;

deltaT = ts-tamb;

AC = nar/ngn;

ACkg = AC*Mar/Mgn;

mpc = mgn*(1+ACkg);

Qef = mgn*PCI-(mpc*cp*deltaT);

Qcal=n*Qef;

Qperd=(1-n)*Qcal;

end calorcombustao;

Anexo 3

Cálculo das propriedades termodinâmicas da água e do vapor

Para o cálculo das propriedades termodinâmicas da água e do vapor, será adotado o erro relativo e o coeficiente de determinação (R^2).

O erro relativo é dado pela equação (A.3.1) a seguir:

$$Erro(\%) = \frac{100(\text{valor tabelado} - \text{valor aproximado})}{\text{valor tabelado}} \quad (\text{A.3.1})$$

Para se calcular a correlação entre os valores tabelados e aproximados, será utilizada o coeficiente de determinação (R^2) que é definido como o quadrado do coeficiente de correlação de Pearson, ou seja, é uma medida da proporção da variabilidade em uma variável que é explicada pela variabilidade da outra. Por sua vez, o coeficiente de correlação de Pearson, também chamado de “coeficiente de correlação produto-momento” ou simplesmente de “ r de Pearson”, mede o grau da correlação entre duas variáveis de escala métrica. Este coeficiente, normalmente representado pela letra (r), assume apenas valores entre -1 e 1 e é calculado através da equação (A.3.2):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (\text{A.3.2})$$

onde x_1, x_2, \dots, x_n e y_1, y_2, \dots, y_n são os valores medidos de ambas as variáveis.

As médias aritméticas das variáveis são dadas pelas equações (A.3.3) e (A.3.4) a seguir:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (\text{A.3.3})$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i. \quad (\text{A.3.4})$$

Portanto, o coeficiente de determinação (R^2) é dado pela equação (A.3.5) a seguir:

$$R^2 = r^2. \quad (\text{A.3.5})$$

A Tabela 7 mostram os valores tabelados, valores aproximados e os erros relativos para a entalpia do vapor.

Tabela 7. Valores para h_s .

h_s tabelado	h_s aproximado	Erro (%)
2675000	2675000	0,00
2707000	2705130	0,07
2725000	2722756	0,08
2739000	2735261	0,14
2749000	2744961	0,15
2757000	2752886	0,15
2763000	2759587	0,12
2769000	2765391	0,13
2774000	2770511	0,13
2778000	2775091	0,10
2782000	2779234	0,10
2785000	2783016	0,07
2788000	2786496	0,05
2790000	2789717	0,01
2792000	2792716	-0,03

A Figura 40 representa o gráfico da entalpia do vapor em função da pressão e a relação R^2 da curva resultante.

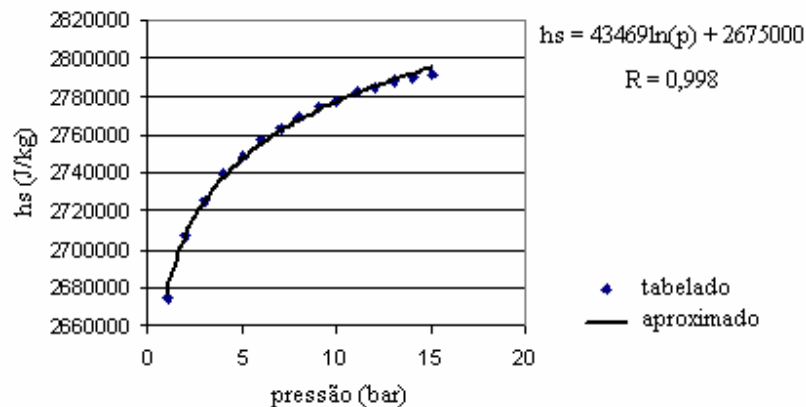


Figura 40. Gráfico de h_s x p .

A Tabela 8 mostram os valores tabelados, valores aproximados e os erros relativos para a entalpia da água.

Tabela 8. Valores para h_w .

h_w tabelado	h_w aproximado	Erro (%)
417400	420998	-0,86
504700	503542	0,23
561400	559140	0,40
604700	602271	0,40
640200	638005	0,34
670500	668770	0,26
697200	695935	0,18
721100	720358	0,10
742800	742610	0,03
762800	763098	-0,04
781300	782117	-0,10
798600	799894	-0,16
814900	816604	-0,21
830300	832386	-0,25
844900	847353	-0,29

A Figura 41 representa o gráfico da entalpia da água em função da pressão e a relação R^2 da curva resultante.

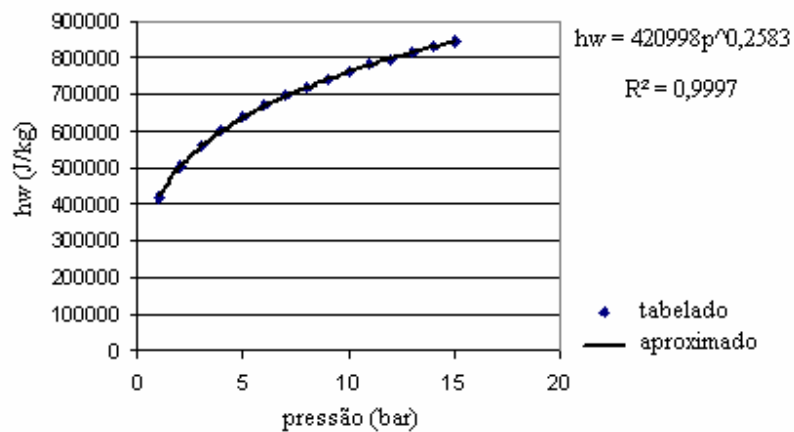


Figura 41. Gráfico de h_w x p .

A Tabela 9 mostram os valores tabelados, valores aproximados e os erros relativos para a massa específica do vapor.

Tabela 9. Valores para r_s .

r_s tabelado	r_s aproximado	Erro (%)
0,5903	0,6114	-3,57
1,1291	1,1270	0,18
1,6507	1,6398	0,66
2,1622	2,1498	0,57
2,6674	2,6570	0,39
3,1676	3,1614	0,19
3,6643	3,6630	0,04
4,1597	4,1618	-0,05
4,6512	4,6578	-0,14
5,1440	5,1510	-0,14
5,6338	5,6414	-0,13
6,1237	6,1290	-0,09
6,6094	6,6138	-0,07
7,1023	7,0958	0,09
7,5873	7,5750	0,16

A Figura 42 representa o gráfico da massa específica do vapor em função da pressão e a relação R^2 da curva resultante.

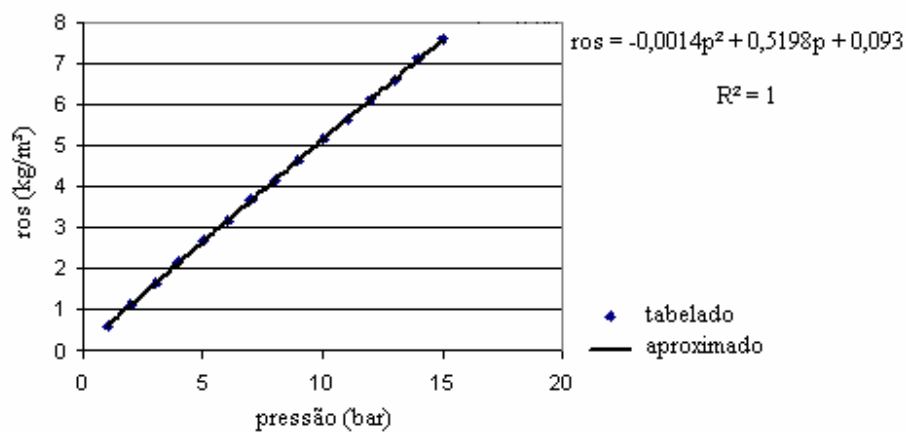


Figura 42. Gráfico de r_s x p .

A Tabela 10 mostram os valores tabelados, valores aproximados e os erros relativos para a massa específica da água.

Tabela 10. Valores para r_w .

r_w tabelado	r_w aproximado	Erro (%)
958,7728	953,67	0,53
942,5071	943,61	-0,12
931,9664	934,17	-0,24
922,5092	925,34	-0,31
914,9131	917,13	-0,24
908,2652	909,54	-0,14
902,5271	902,56	0,00
896,8610	896,20	0,07
892,0607	890,45	0,18
887,3114	885,32	0,22
882,6125	880,81	0,20
877,9631	876,91	0,12
874,1259	873,63	0,06
870,3220	870,96	-0,07
866,5511	868,91	-0,27

A Figura 43 representa o gráfico da massa específica da água em função da pressão e a relação R^2 da curva resultante.

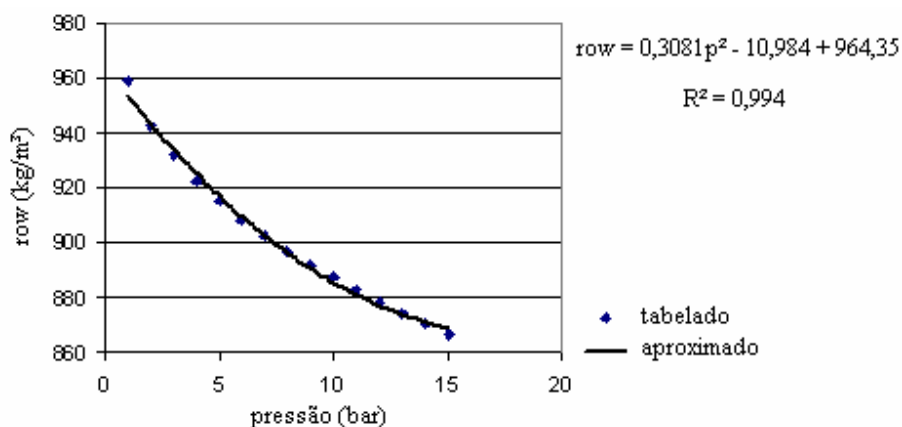


Figura 43. Gráfico de r_w x p .

A Tabela 11 mostram os valores tabelados, valores aproximados e os erros relativos para a temperatura de saturação da água.

Tabela 11. Valores para t_s .

t_s tabelado	t_s aproximado	Erro (%)
99,62	100,67	-1,05
120,20	119,90	0,25
133,50	132,81	0,52
143,00	142,80	0,14
151,90	151,07	0,55
158,90	158,18	0,45
165,00	164,45	0,33
170,40	170,08	0,19
175,40	175,21	0,11
179,90	179,93	-0,02
184,10	184,31	-0,11
188,00	188,40	-0,21
191,60	192,24	-0,33
195,10	195,86	-0,39
198,30	199,30	-0,50

A Figura 44 representa o gráfico da massa específica da água em função da pressão e a relação R^2 da curva resultante.

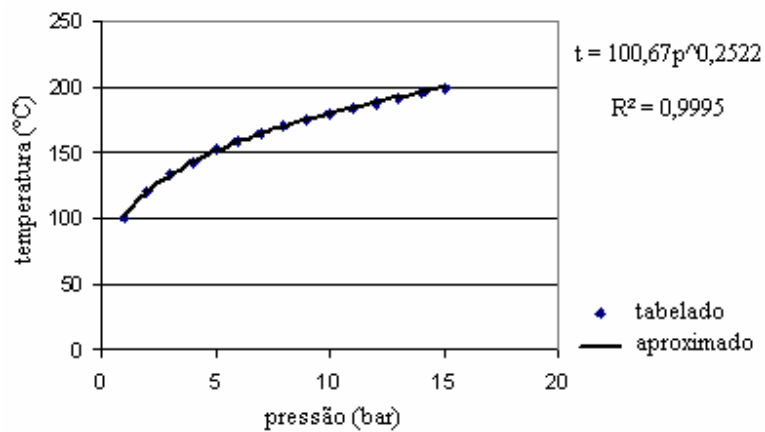


Figura 44. Gráfico de t_s x p .

A Tabela 12 mostram as derivadas parciais em relação à pressão para cada propriedade termodinâmica.

Tabela 12. Derivadas parciais em relação à pressão.

Pressão (bar)	$\partial h_w / \partial p$	$\partial r_s / \partial p$	$\partial h_s / \partial p$	$\partial r_w / \partial p$	$\partial t_s / \partial p$
1	1,09E+05	5,17E-01	4,35E+04	-1,04E+01	2,54E+01
2	6,50E+04	5,14E-01	2,17E+04	-9,75E+00	1,51E+01
3	4,81E+04	5,11E-01	1,45E+04	-9,14E+00	1,12E+01
4	3,89E+04	5,09E-01	1,09E+04	-8,52E+00	9,00E+00
5	3,30E+04	5,06E-01	8,69E+03	-7,90E+00	7,62E+00
6	2,88E+04	5,03E-01	7,24E+03	-7,29E+00	6,65E+00
7	2,57E+04	5,00E-01	6,21E+03	-6,67E+00	5,92E+00
8	2,33E+04	4,97E-01	5,43E+03	-6,05E+00	5,36E+00
9	2,13E+04	4,95E-01	4,83E+03	-5,44E+00	4,91E+00
10	1,97E+04	4,92E-01	4,35E+03	-4,82E+00	4,54E+00
11	1,84E+04	4,89E-01	3,95E+03	-4,21E+00	4,23E+00
12	1,72E+04	4,86E-01	3,62E+03	-3,59E+00	3,96E+00
13	1,62E+04	4,83E-01	3,34E+03	-2,97E+00	3,73E+00
14	1,54E+04	4,81E-01	3,10E+03	-2,36E+00	3,53E+00
15	1,46E+04	4,78E-01	2,90E+03	-1,74E+00	3,35E+00

Anexo 4

Programa para o cálculo do volume de água e vapor, título e pressão da caldeira em Modelica

Os parâmetros de entradas da biblioteca e as equações são mostrados abaixo:

```
model caldeira
  parameter Real Vt=2.8038 "Volume total";
  parameter Real mw=0.16 "fluxo de massa da água";
  parameter Real m=1000 "massa do metal";
  parameter Real cp=448 "calor específico do metal";
  parameter Real ms=0.16 "fluxo de massa do vapor";
  parameter Real Q=429776 "Calor efetivo";
  parameter Real hf=103900 "entalpia específica da água de alimentação";
  Real ros "massa específica do vapor";
  Real row "massa específica da água";
  Real dhs "derivada parcial da entalpia do vapor";
  Real dhw "derivada parcial da entalpia da água";
  Real dros "derivada parcial da massa específica do vapor";
  Real drow "derivada parcial da massa específica da água";
  Real hs "entalpia específica do vapor";
  Real hw "entalpia específica da água";
  Real ts "temperatura de saturação";
  Real alfa, Ms, Mw "título, Massa do vapor e massa de água";
  Real p "pressão da caldeira";
  Real dts "derivada parcial da temperatura de saturação";
  Real e11, e12, e21, e22 "coeficientes da matriz";
  Real Vst "Volume de vapor";
  Real Vwt "Volume de água";
equation
  hs=43469*ln(p)+2675000;
  hw=420998*p^(0.2583);
  ros=-0.0014*p^2+0.5198*p+0.093;
  row=0.3081*p^2-10.984*p+964.35;
```



```

ts=100.67*p^(0.2522);

dhs=43469/p;
dhw=108743.7834*p^(-0.7417);
dros=-0.0028*p+0.5198;
drow=0.6162*p-10.984;
dts=25.388974*p^(-0.7478);

e11=row-ros;
e12=Vst*dros+Vwt*drow;
e21=row*hw-ros*hs;
e22=Vst*(hs*dros+ros*dhs)+Vwt*(hw*drow+row*dhw)-Vt+m*cp*dts;

Vt=Vst+Vwt;

e11*der(Vwt)+e12*der(p)=mw-ms;
e21*der(Vwt)+e22*der(p)=Q+mw*hf-ms*hs;

Ms=Vst*ros;
Mw=Vwt*row;
alfa=100*Ms/(Ms+Mw);
end caldeira;

```

Anexo 5

Validação das simulações

Através de uma simulação paralela, obteve-se uma comparação com as simulações com o *software* DyMoLa. O *software* usado foi o LabView 7.0, da National Instruments Corporation. Na Tabela 13 a seguir tem-se o tamanho do passo de discretização e o método de integração usado em ambos os softwares.

Tabela 13. Métodos de integração e passos de discretização em ambos os *softwares*.

Software	método de integração	tipo de passo	tamanho do passo de discretização (s)
DyMola	Dassl	variável	0,0001
LabView	Euler	fixo	0,1

Simulação do volume de água na caldeira (V_{wt}) do volume de vapor (V_{st}) e do título (a):

A condição inicial do volume de água é de $2.30(m^3)$. O calor efetivo Q foi considerado seu valor máximo a pressão constante em $p = 14(bar)$,

$$Q_{ef\ máx} = 429776(J / s) .$$

- a) Para a condição de operação ($p = 14(bar)$, $\dot{m}_s = 0,16(kg / s)$ e $\dot{m}_w = 0,0(kg / s)$). Nas figuras 45, 46 e 47, têm-se, em ambos os *softwares*, os gráficos do V_{wt} , V_{st} e do título, respectivamente.

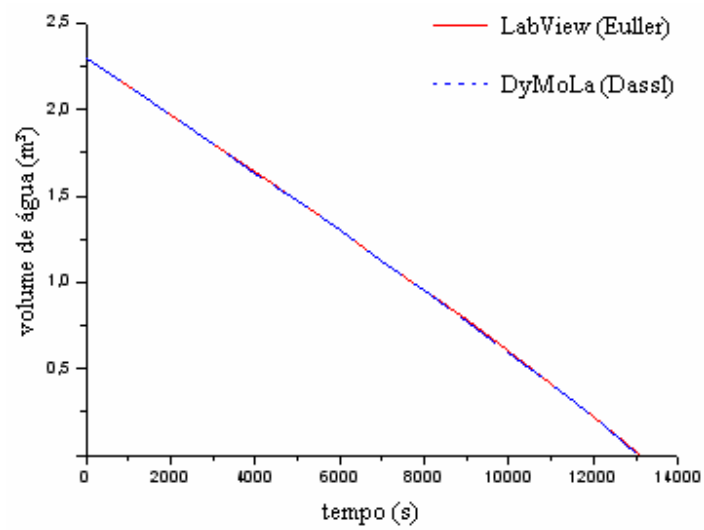


Figura 45. Volume de água em LabView e DyMoLa.

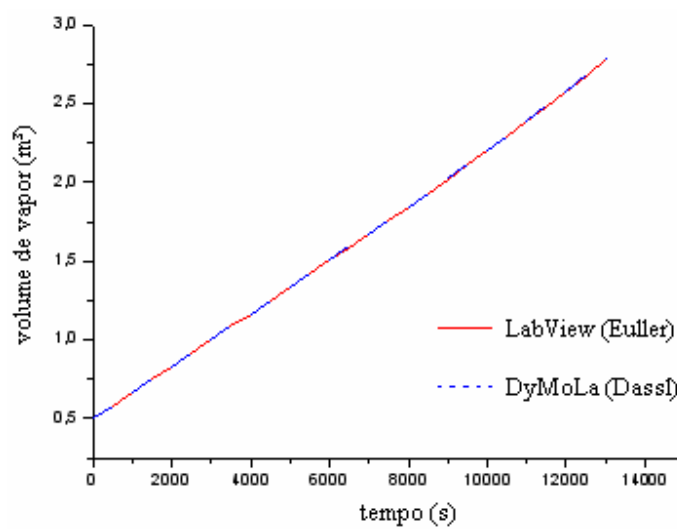


Figura 46. Volume de vapor em LabView e DyMoLa.

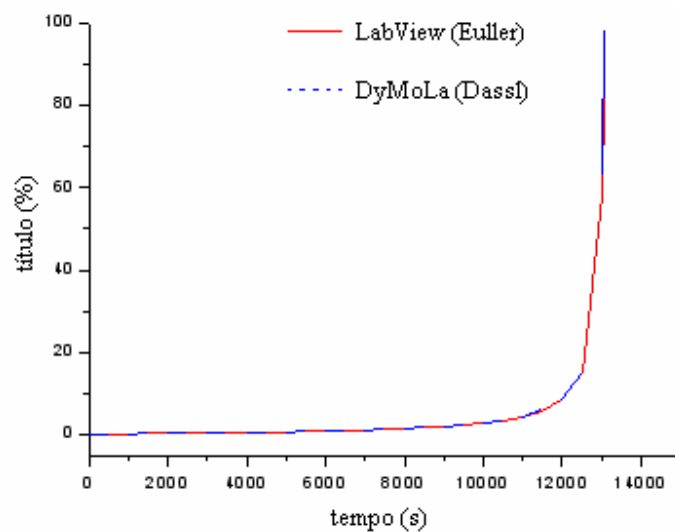


Figura 47. Título em LabView e DyMoLa.

Nas tabelas 14, 15, e 16 tem-se os erros relativos de V_{wt} , V_{st} e o título, respectivamente.

Tabela 14. Erro relativo do volume de água.

Vw LabView	Vw DyMoLa	Erro (%)
2,3000	2,3000	0,0007
2,1353	2,1351	-0,0113
1,9700	1,9696	-0,0220
1,8040	1,8033	-0,0362
1,6370	1,6361	-0,0534
1,4689	1,4679	-0,0702
1,2996	1,2983	-0,1007
1,1287	1,1272	-0,1297
0,9558	0,9542	-0,1667
0,7803	0,7785	-0,2364
0,6014	0,5994	-0,3292
0,4173	0,4150	-0,5499
0,2249	0,2223	-1,1678
0,0161	0,0131	-22,8550
0,0000	0,0000	0,0000

Tabela 15. Erro relativo do volume de vapor.

Vs LabView	Vs DyMoLa	Erro (%)
0,5038	0,5038	0,000
0,6684	0,6687	0,039
0,8338	0,8342	0,054
0,9998	1,0005	0,067
1,1668	1,1677	0,076
1,3349	1,3359	0,078
1,5042	1,5055	0,088
1,6750	1,6766	0,094
1,8479	1,8496	0,092
2,0233	2,0253	0,097
2,2023	2,2044	0,095
2,3864	2,3888	0,101
2,5788	2,5815	0,106
2,7876	2,7907	0,113
2,8038	2,8038	0,001

Tabela 16. Erro relativo do título.

Título LabView	Título DyMoLa	Erro (%)
0,1781	0,1784	0,1463
0,2544	0,2549	0,2024
0,3436	0,3444	0,2288
0,4495	0,4506	0,2401
0,5774	0,5789	0,2660
0,7349	0,7371	0,2974
0,9341	0,9373	0,3364
1,1947	1,1990	0,3593
1,5508	1,5571	0,4073
2,0688	2,0780	0,4419
2,8972	2,9136	0,5628
4,4519	4,4854	0,7476
8,5435	8,6533	1,2693
15,0216	15,3425	2,0915
58,4848	63,4528	7,8294
100,0000	100,0000	0,0000

- b) Para a condição de operação ($p = 14(\text{bar})$, $\dot{m}_s = 0,0(\text{kg} / \text{s})$ e $\dot{m}_w = 0,16(\text{kg} / \text{s})$). Nas figuras 48, 49 e 50, têm-se, em ambos os *softwares*, os gráficos do V_{wt} , V_{st} e do título, respectivamente.

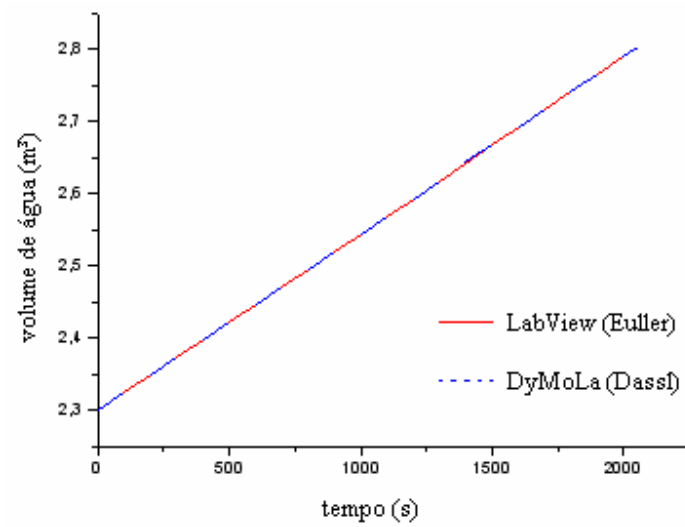


Figura 48. Volume de água em LabView e DyMoLa.

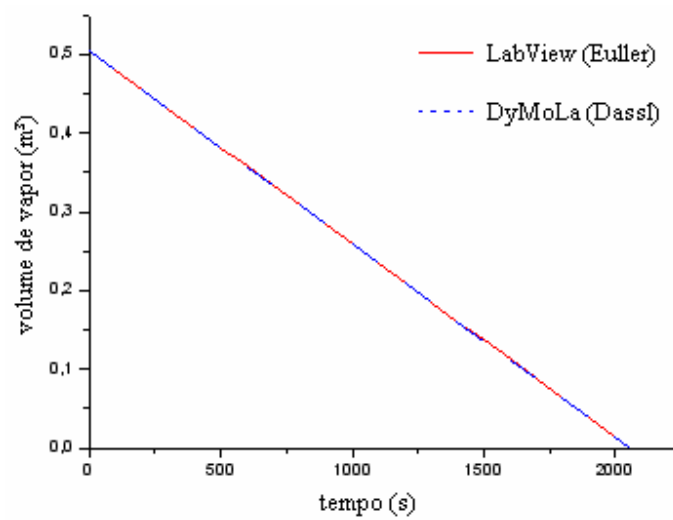


Figura 49. Volume de vapor em LabView e DyMoLa.

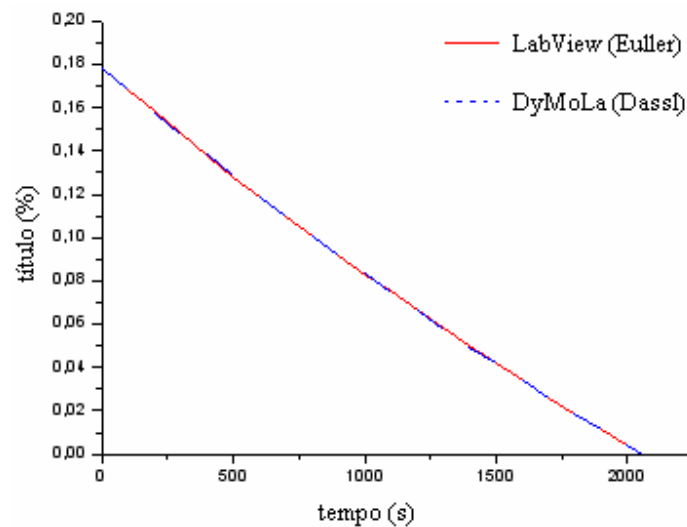


Figura 50. Título em LabView e DyMoLa.

Nas tabelas 17, 18 e 19 tem-se os erros relativos de V_{wt} , V_{st} e o título, respectivamente.

Tabela 17. Erro relativo do volume de água.

Vw LabView	Vw DyMoLa	Erro (%)
2,3000	2,3000	-0,0010
2,3487	2,3487	0,0005
2,3974	2,3975	0,0023
2,4463	2,4464	0,0041
2,4952	2,4953	0,0055
2,5442	2,5444	0,0068
2,5933	2,5935	0,0084
2,6424	2,6427	0,0099
2,6917	2,6920	0,0112
2,7410	2,7413	0,0123
2,7904	2,7908	0,0137
2,8037	2,8038	0,0036

Tabela 18. Erro relativo do volume de vapor.

Vs LabView	Vs DyMoLa	Erro (%)
0,5038	0,5038	0,0000
0,4551	0,4551	-0,0079
0,4064	0,4063	-0,0197
0,3576	0,3574	-0,0350
0,3086	0,3085	-0,0528
0,2596	0,2594	-0,0763
0,2106	0,2103	-0,1146
0,1614	0,1611	-0,1782
0,1121	0,1118	-0,2915
0,0628	0,0625	-0,5795
0,0134	0,0130	-3,1135
0,0000	0,0000	-----

Tabela 19. Erro relativo do título.

Título LabView	Título DyMoLa	Erro (%)
0,1781	0,1784	0,1463
0,1576	0,1578	0,1052
0,1379	0,1381	0,1325
0,1189	0,1190	0,0471
0,1007	0,1007	0,0238
0,0831	0,0831	0,0313
0,0661	0,0661	-0,0076
0,0497	0,0497	-0,0684
0,0339	0,0338	-0,3935
0,0187	0,0185	-0,9351
0,0112	0,0111	-1,2342
0,0000	0,0000	-----

- c) Para a condição de operação ($p = 14(\text{bar})$), $\dot{m}_s = 0,16(\text{kg} / \text{s})$ e $\dot{m}_w = 0,16(\text{kg} / \text{s})$. Nas figuras 51, 52 e 53 temos em ambos os *softwares*, os gráficos do V_{wt} , V_{st} e do título, respectivamente.

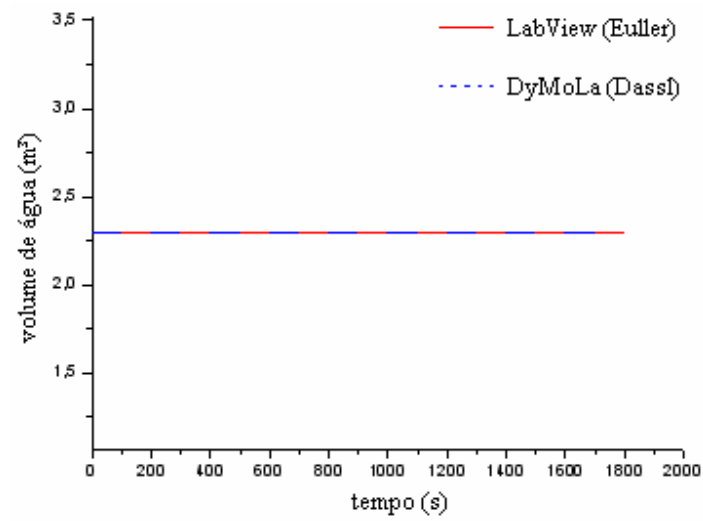


Figura 51. Volume de água em LabView e DyMoLa.

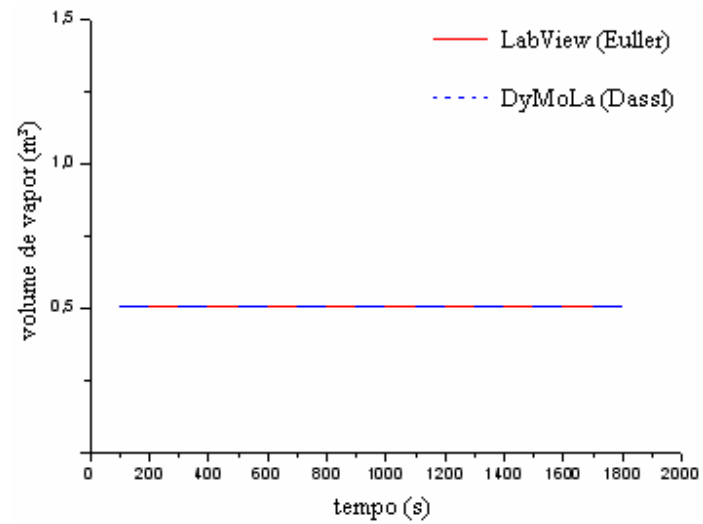


Figura 52. Volume de vapor em LabView e DyMoLa.

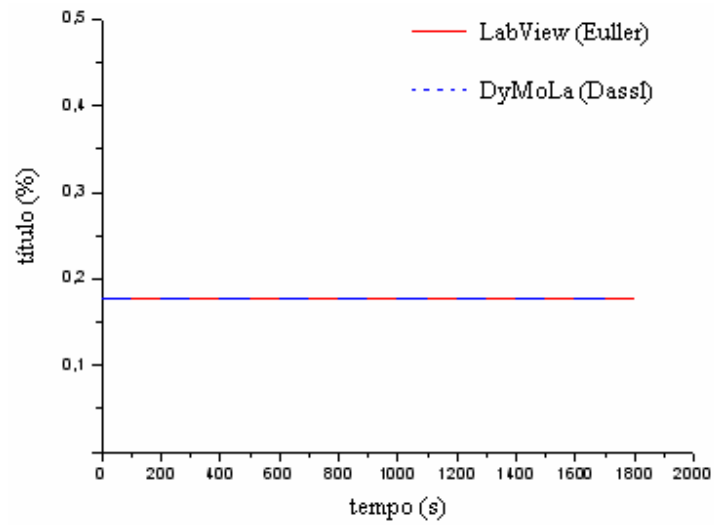


Figura 53. Título em LabView e DyMoLa.

Nas tabelas 20, 21 e 22 tem-se os erros relativos de V_{wt} , V_{st} e o título, respectivamente.

Tabela 20. Erro relativo do volume de água.

Vw LabView	Vw DyMoLa	Erro (%)
2,3000	2,3000	0,0000
2,3000	2,3000	0,0000
2,3000	2,3000	0,0001
2,3000	2,3000	0,0001
2,3000	2,3000	0,0001
2,3000	2,3000	0,0002
2,3000	2,3000	0,0002
2,3000	2,3000	0,0003
2,3000	2,3000	0,0003
2,3000	2,3000	0,0003
2,3000	2,3000	0,0003

Tabela 21. Erro relativo do volume de vapor.

Vs LabView	Vs DyMoLa	Erro (%)
0,5038	0,5038	0,0000
0,5038	0,5038	0,0002
0,5038	0,5038	0,0004
0,5038	0,5038	0,0004
0,5038	0,5038	0,0006
0,5038	0,5038	0,0008
0,5038	0,5038	0,0010
0,5038	0,5038	0,0012
0,5038	0,5038	0,0014
0,5038	0,5038	0,0014
0,5038	0,5038	0,0016

Tabela 22. Erro relativo ao título.

Título LabView	Título DyMoLa	Erro (%)
0,1781	0,1781	0,0006
0,1781	0,1781	0,0000
0,1781	0,1781	0,0000
0,1781	0,1781	0,0006
0,1781	0,1781	0,0000
0,1781	0,1781	0,0000
0,1781	0,1781	0,0000
0,1781	0,1781	0,0006
0,1781	0,1781	0,0000
0,1781	0,1781	0,0000
0,1781	0,1781	0,0006
0,1781	0,1781	0,0000